

REGIONE
TOSCANA



**Prodotto realizzato con il contributo della Regione Toscana
nell'ambito dell'azione regionale di sistema**

Laboratori del Sapere Scientifico

Dai polimini al calcolo della superficie

Classe Quinta

Obiettivi essenziali di *apprendimento*.

- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.
- Disegnare figure geometriche.
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.
- Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.
- Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule.

Elementi salienti dell'approccio metodologico

Nel percorso di apprendimento ho cercato di seguire le fasi del metodo fenomenologico induttivo.

I bambini, divisi in gruppi, hanno manipolato i mattoncini, li hanno osservati, si sono posti delle domande e hanno verbalizzato le loro conclusioni.

La discussione collettiva ha visto condividere alcune delle ipotesi formulate, considerate adeguate da tutti. E' seguita la verbalizzazione scritta collettiva di ciò che era stato scoperto.

I concetti appresi sono diventati stimolo per ulteriori domande e osservazioni.

Ambiente in cui è stato sviluppato il percorso

L'attività si è svolta nell'aula.

I bambini hanno unito i banchi in modo da formare delle postazioni di lavoro separate le une dalle altre. Gli alunni hanno lavorato nella propria collocazione: hanno manipolato i “mattoncini”, hanno formato le configurazioni, le hanno disegnate, si sono posti domande e chiarito dubbi reciprocamente nel gruppo. Le osservazioni e le scoperte effettuate sono state, successivamente, discusse insieme nel gruppo classe e dal confronto sono giunti a delle conclusioni condivise.

Materiali

- ❖ Mattoncini di plastica quadrati.
- ❖ Strumenti per il disegno geometrico.
- ❖ Cartoncino.
- ❖ Colla.
- ❖ Filo di cotone.
- ❖ Aghi da lana.
- ❖ Bottoni automatici.
- ❖ Post-it colorati di forma quadrata.

Tempo impiegato

- Per la messa a punto nel gruppo LSS: 9 incontri
- Per la progettazione specifica nella classe: ogni mercoledì, durante le ore di programmazione settimanale da Dicembre ad Aprile.
- Tempo-scuola di sviluppo del percorso: 2 ore alla settimana circa da Dicembre ad Aprile.
- Per la documentazione: 10 ore circa.

Gli alunni sono stati divisi in gruppi di 4 o 5 bambini:

Gruppo rosa

Gruppo marrone

Gruppo celeste

Gruppo nero

Gruppo blu

Gruppo arancione

Hanno avuto a disposizione mattoncini quadrati lego di 2 colori.

Hanno cercato le configurazioni possibili.

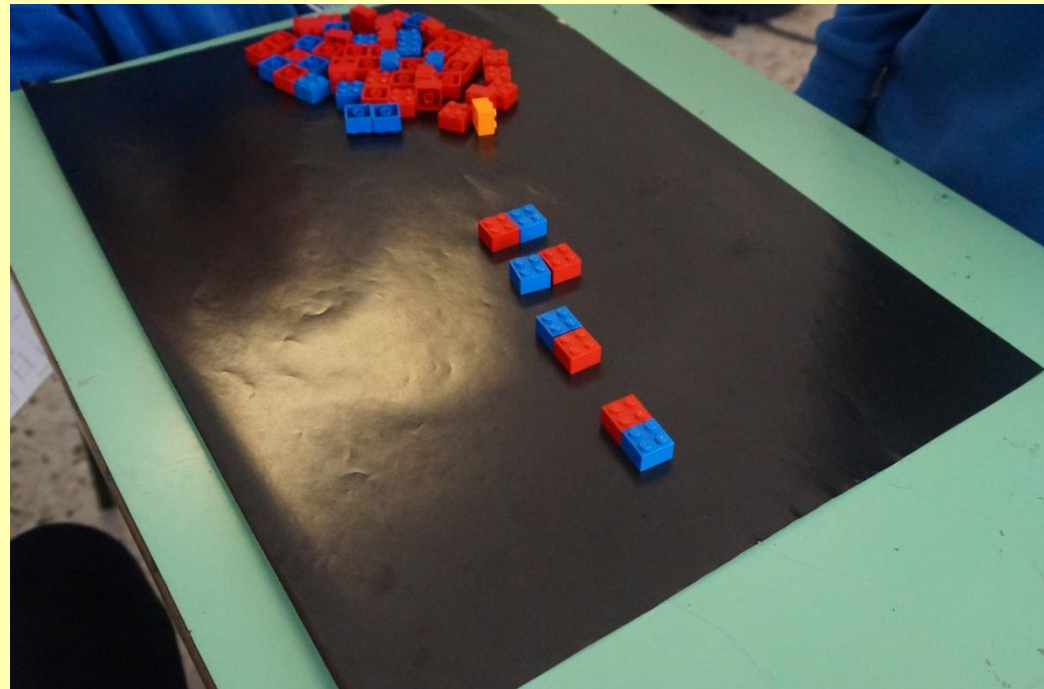
Dopo averle disegnate, hanno scritto le loro osservazioni.

Il compito era:

Accosta lato a lato le tessere quadrate.

Disegna le possibili configurazioni.

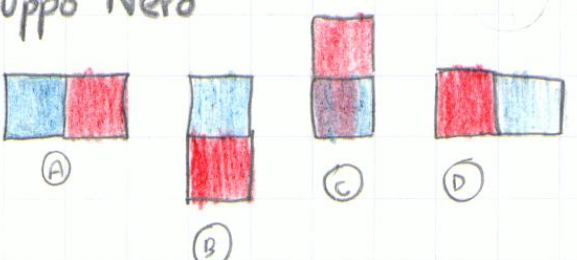
Inizia con 2 quadrati.



Scoperte dei vari gruppi

Cosa hai scoperto accostando 2 mattoncini?

Gruppo Nero

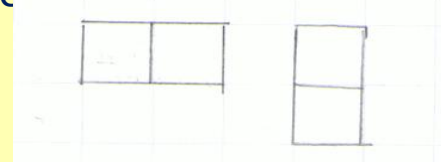


(A) (B) (C) (D)

B e C non sono uguali.
A e D non sono uguali.
La forma non cambia.

Gruppo arancione

Le combinazioni con 2 mattoncini sono solo una perché, girando intorno, si può notare che si formano 2 direzioni: orizzontale e verticale

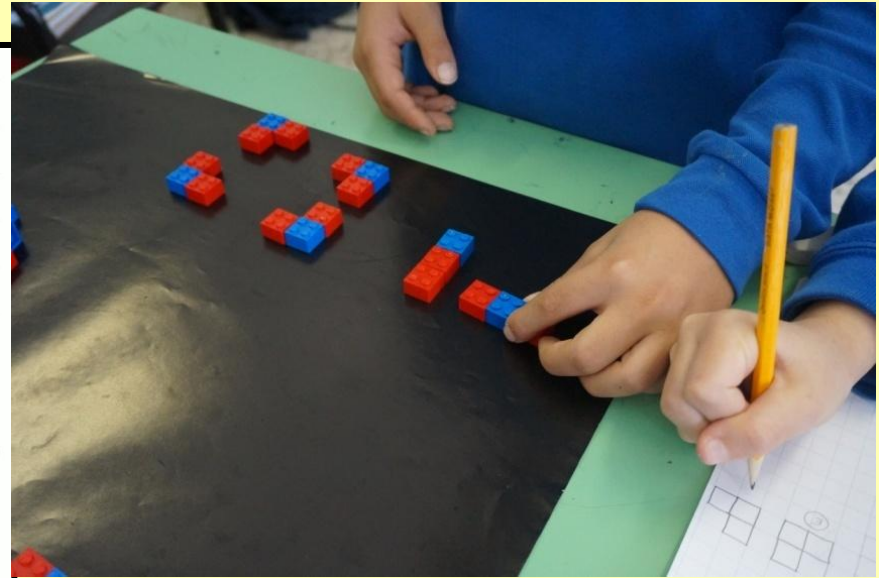
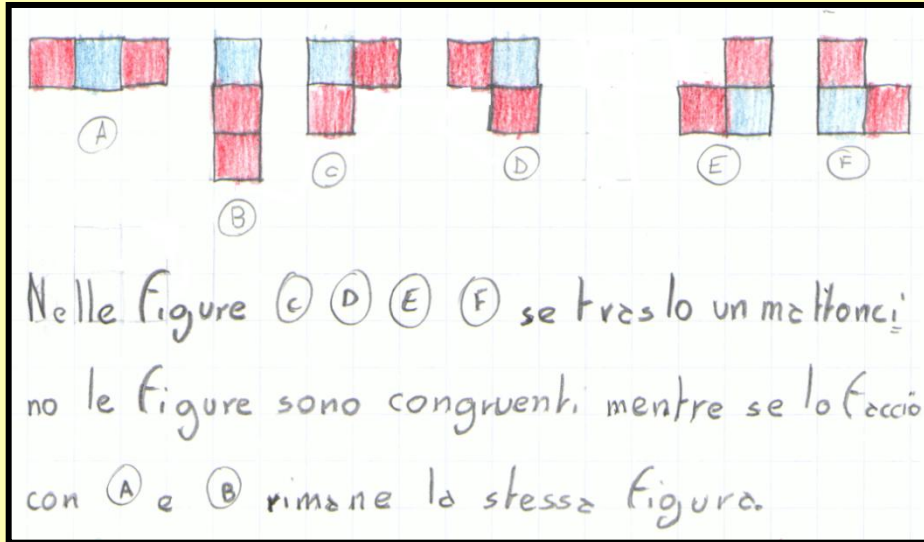


Gruppo blu

Con ogni posizione dei mattoncini viene un rettangolo

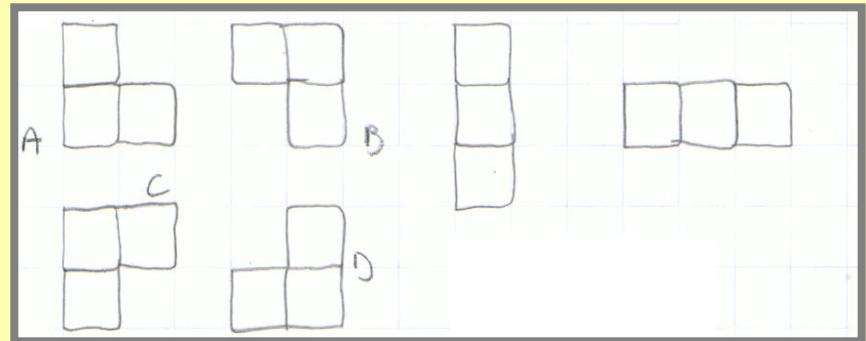
In alcuni gruppi i bambini hanno considerato anche la permutazione dei colori. Perciò sono intervenuta per chiarire che il colore non doveva essere valutato nella composizione.

...con tre mattoncini cosa è cambiato ?



Il perimetro è uguale per tutte le figure

Abbiamo scoperto che il numero delle possibilità è sempre il doppio.



La figura (a) ruota e diventa (b)

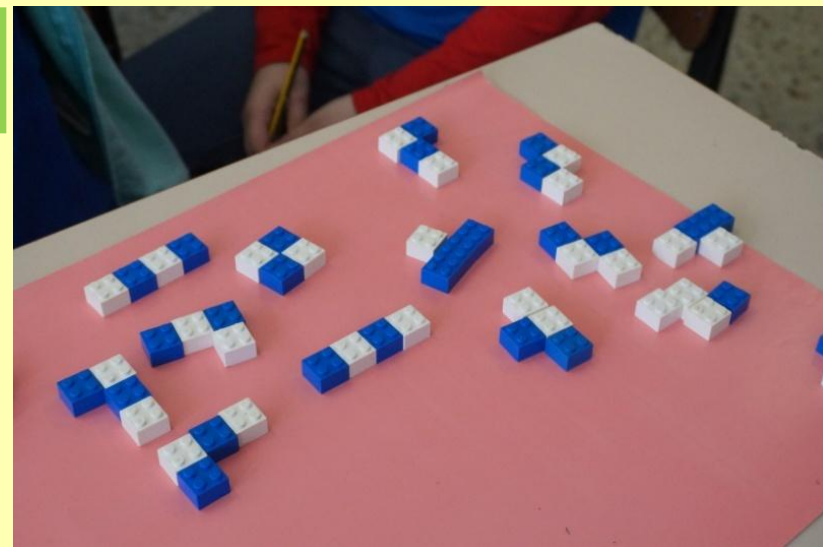
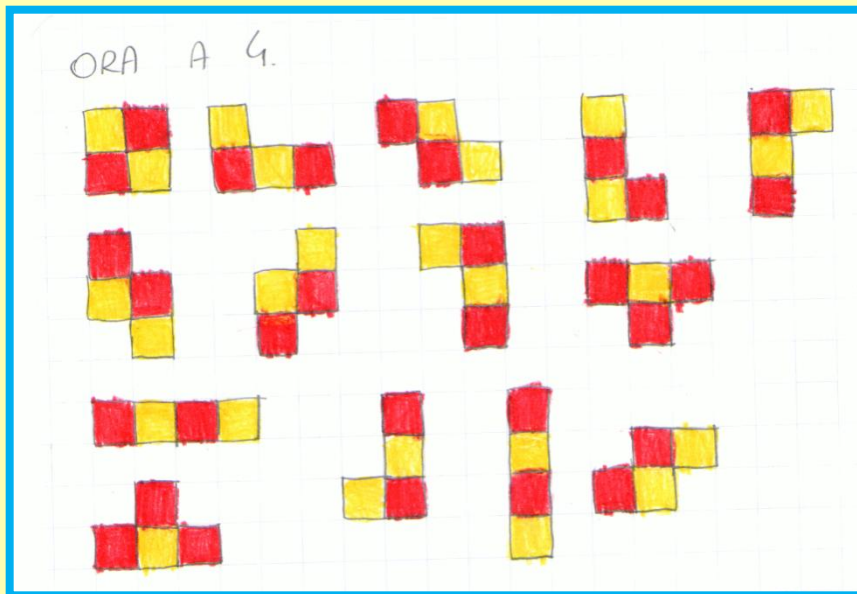
Dopo una lunga discussione, abbiamo scoperto che dalla figura (a) per rotazione o per simmetria vengono tutte le altre: sono congruenti (Tutti)

Le nostre combinazioni hanno ruotato

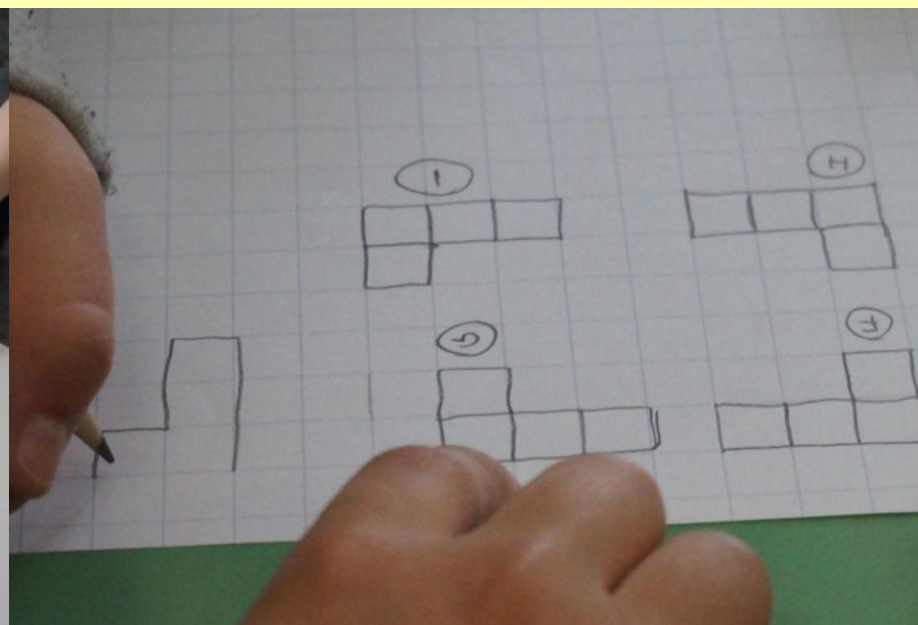
Tutti i gruppi

Le combinazioni sono 6

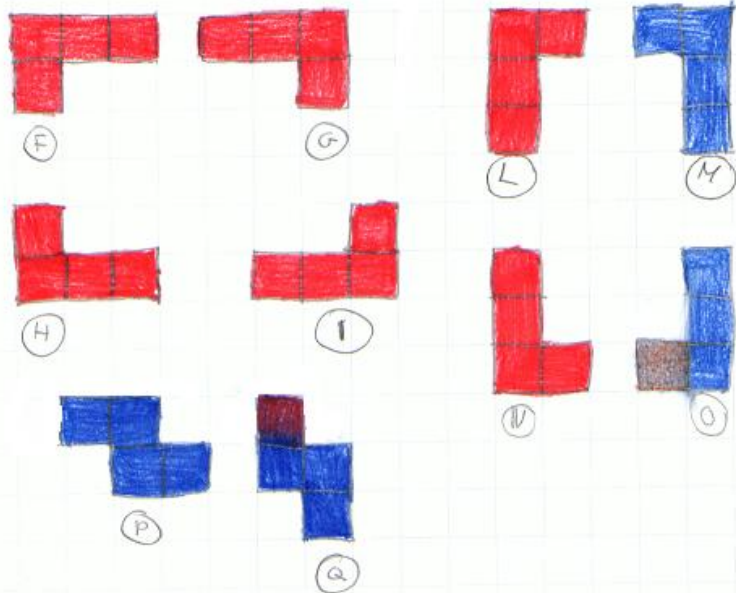
E....con 4 mattoncini?



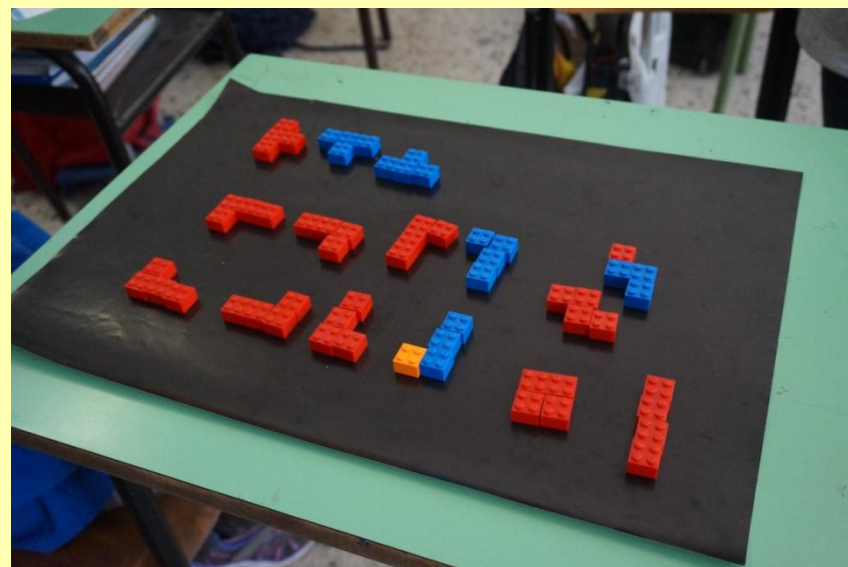
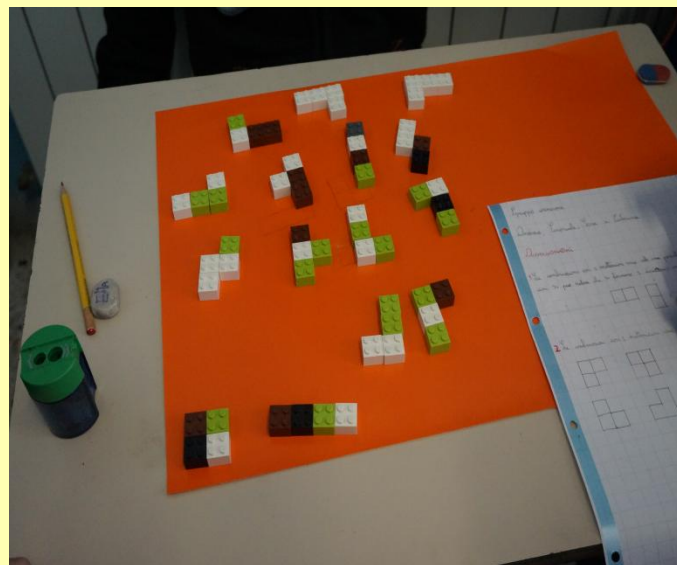
Molte figure che abbiamo formato sono doppioni.

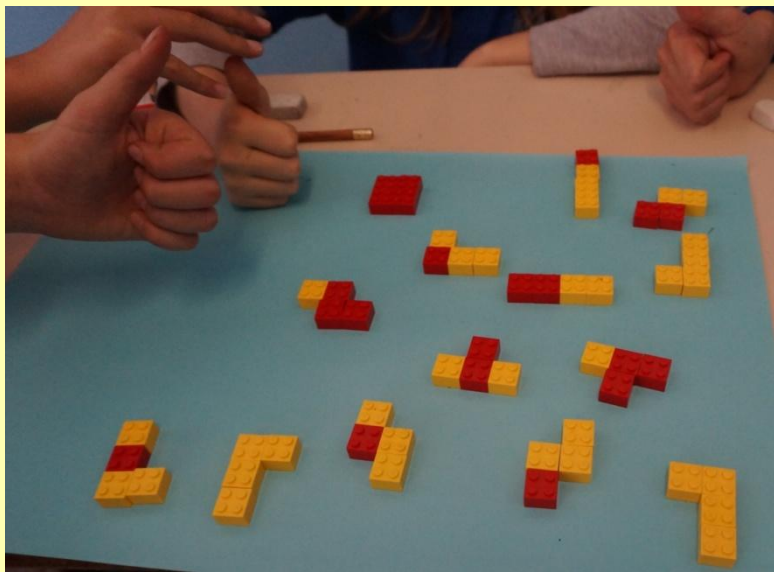


GRUPPO NERO ②



I mattoncini non bastano perché con una figura si devono fare 4 combinazioni.





Gruppo marrone

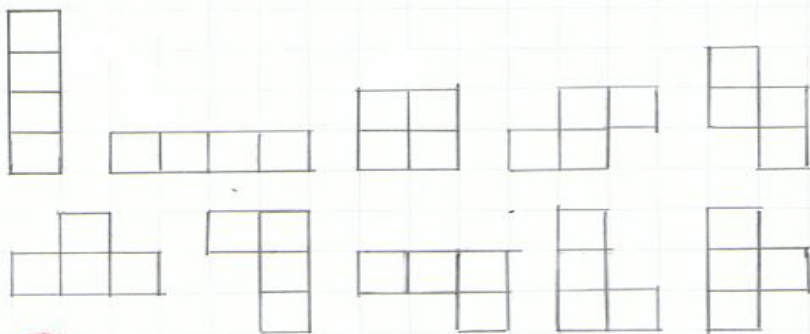
Le figure ruotano, si ripetono e diventano simmetriche.

Abbiamo aggiunto un quadratino ai polimini del 3.

Il perimetro cambia perché alcuni

lati dei quadratini combaciano.

Con 4:

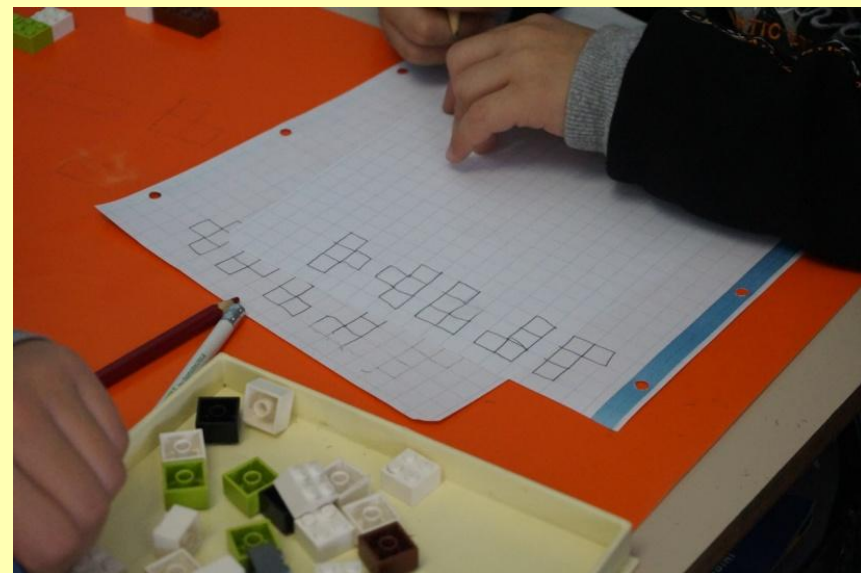


OSSERVAZIONI

MOLTE FIGURE SONO "DOPPIE"

IL QUADRATO HA IL PERIMETRO MINORE PERCHÉ OGNI QUADRATO "PERDE" ATTACCAendosi, 2 LATI

TUTTE LE ALTRE HANNO IL PERIMETRO DI 10 cm



Con 5 mattoncini



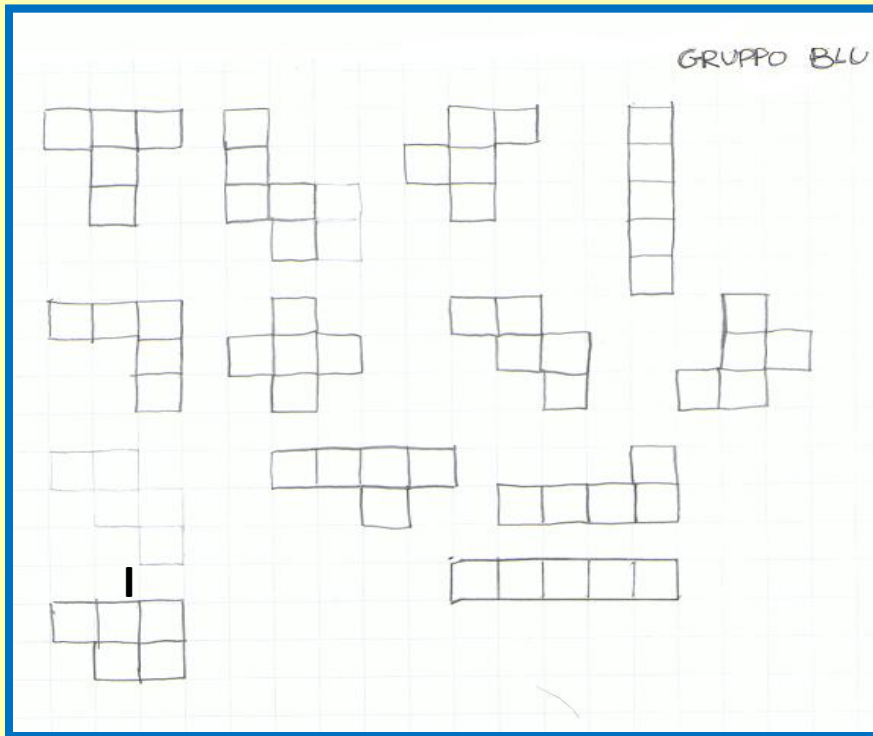
- ① Siamo riusciti a non fare i doppioni.
- ② In ogni gruppo che abbiamo fatto, le prime forme che ci sono venute in mente sono, quella orizzontale e verticale.
- ③ Alcune figure di quattro mattoncini sono uguali alle figure con cinque mattoncini solo aggiungendo uno in più.
- ④ Guardiamo il perimetro.
- ⑤ Il perimetro è di 12 quadretti in tutte le figure ^{DI 5 QUADRATI} _{re, a parte la figura (1), che ha 10 quadretti.}
- ⑥ Tutte le figure occupano lo stesso spazio ^{DI PIANO} anche se sono di forme diverse.

Siamo riusciti a non disegnare "doppioni" (Andrea)

Il perimetro ^{NON} è sempre uguale (Tutti)

Solo una ha il perimetro diverso: la figura (1) ha il perimetro di: cm 10.

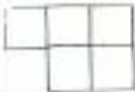
Occupano la stessa parte di piano: basta contare i quadretti.
 La figura I ha il perimetro minore perché ha più lati in comune.



Solo una figura non ha doppioni (w) se la ruoti (Ems, Ales)

Se i quadretti fossero di colori diversi, ci sarebbero più figure

OSSERVAZIONI GRUPPO BLU

- Sono 12
- Se ruoto le figure venendo il doppio: 24.
- Ogni volta che aumentiamo i quadratini aumentiamo le figure
- Ogni volta che sposti un quadratino la figura cambia
- Ogni volta che aumenti di un quadratino il numero delle figure aumenta
- Se hai uno stesso numero di quadratini ma cambi la figura il perimetro ^{in alcuni} resta uguale, in altri cambia
-  ha il perimetro minore perché ha più lati che si toccano.

Dopo aver confrontato tutte le osservazioni fatte nei lavori di gruppo, abbiamo scelto quelle che ritenevamo adeguate.

CON DUE QUADRATI

ABBIAMO SCOPERTO NEL LAVORO DI GRUPPO QUANTI MODI CI POSSONO ESSERE PER UNIRE 2 QUADRATI UGUALI CHE SI TOCCANO PER UN LATO:

2 QUADRATI



OSSERVAZIONI

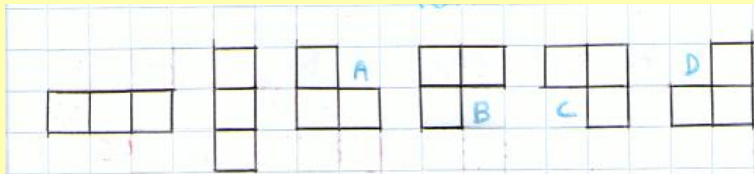
UNO È ORIZZONTALE E UNO È VERTICALE: RUOTANO (ALE.F., MARTINA)

GIRANDO INTONDO AD UNO, LI MEDIAMO TUTTI (EMANUELE)
RUOTA MA NON CAMBIA LA FORMA (FEDERICA)
FORMANO 2 RETTANGOLI (ALBERTO)
I PERIMETRI SONO UGUALI (DENISE)

Conclusioni

Abbiamo una sola possibilità

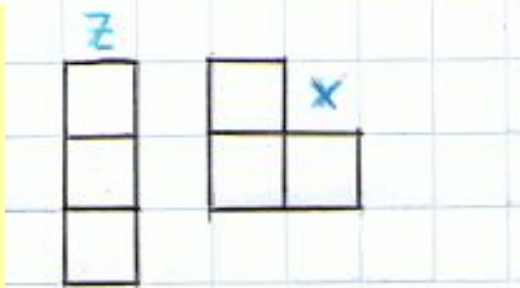
CON TRE QUADRATI



OSSERVAZIONI

La figura A ruota e diventa C e B diventa D. (Sabrina)

Dopo una lunga discussione, molto vivace, abbiamo scoperto che la figura A per rotazione o per simmetria vengono le altre: sono congruenti. (Tutti)

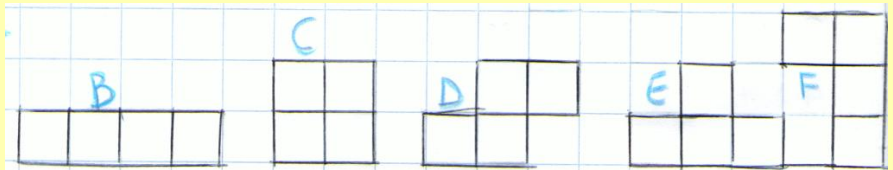


I perimetri sono uguali: 8 cm. (Valentina, Ozan)

CON QUATTRO QUADRATI



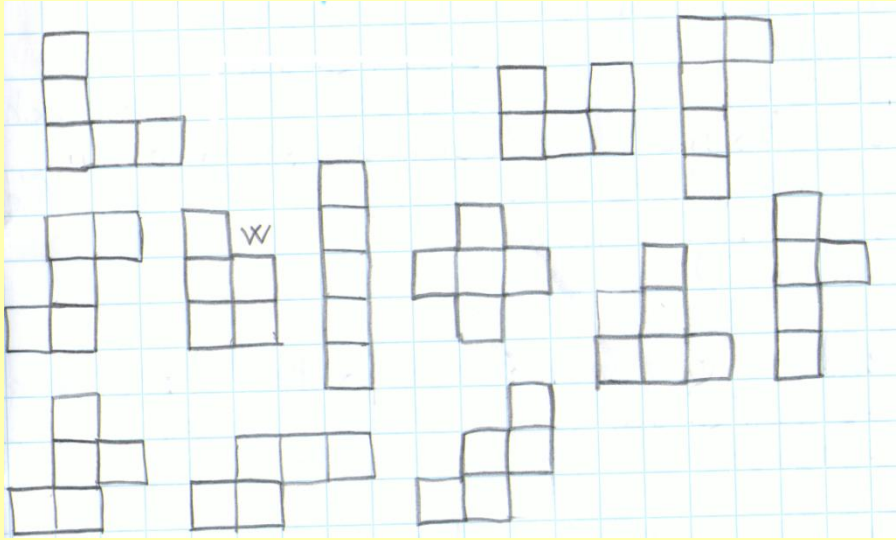
Sono venuti "doppioni" perché le abbiamo ruotate, abbiamo applicato la simmetria assiale e quella centrale.



La figura C ha il perimetro minore perché ogni quadrato perde attaccandosi 2 lati. (Alex, F)

Tutte le altre figure hanno il perimetro di 10 cm. (Andrea)

CON 5 QUADRATI



Osservazioni:

Siamo riusciti ^{NON} a disegnare "doppioni" (Alberto)

Il perimetro non è uguale. (Alessandro F.)

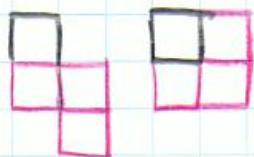
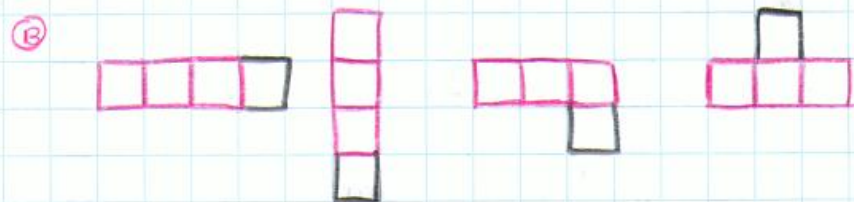
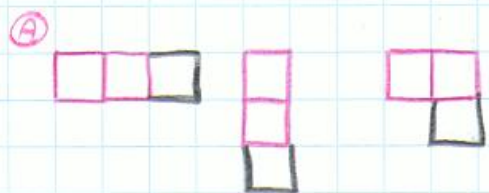
Solo uno ha un perimetro diverso: la figura w ha il perimetro di cm 10, tutte le altre hanno il perimetro di cm 12. (Andrea)

La figura w ha il perimetro minore perché i quadrati, unendosi, "perdono" più lati. (Alessandro F.)

"Perdono" cioè non fanno parte del perimetro. (Andrea)

Aumentando il numero dei quadrati, aumentano le combinazioni. (Andrea)

Partendo dalle combinazioni con meno quadrati si formano quelle con un quadrato in più. (Giovanni)



Le Figure con:

Numero Quadrati	Combinazioni
2	1
3	2
4	5
5	12

IL QUADRATO SI PUÒ FORMARE SOLO QUANDO IL NUMERO DI MATTONCINI È UN NUMERO AL QUADRATO.

IL QUADRATO È LA FIGURA CHE CI HA IL PERIMETRO MINORE

Ogni combinazione occupa lo stesso spazio di piano delle altre con lo stesso numero di quadrati. (Sabrina, Elena, Giorgia, Francesco)

Questa osservazione mi ha dato lo spunto per porre due domande:

1. Cosa è il piano?
2. Come possiamo fare per misurare le figure geometriche?

Alla prima domanda i bambini hanno risposto:

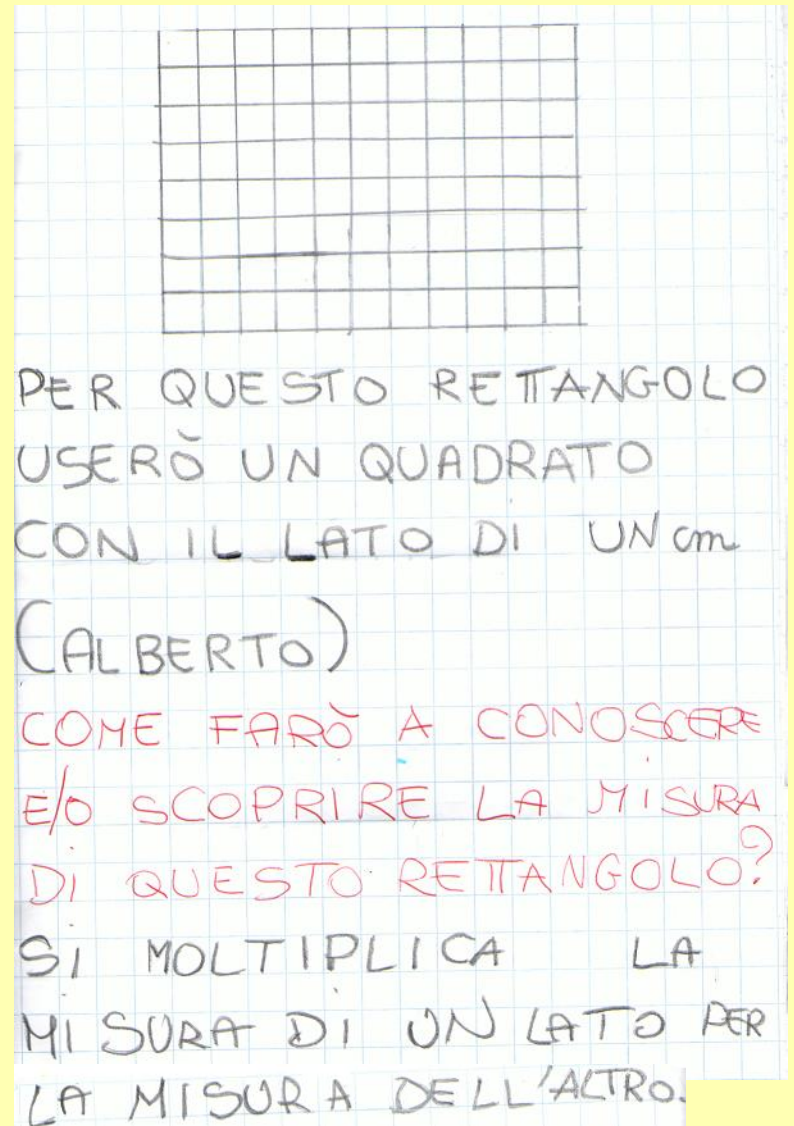
- Sono tanti punti.
- E' formato da un numero infinito di punti.
- Il piano è infinito.
- Il piano ha 2 D

La discussione, per rispondere alla seconda domanda, si è sviluppata così:

- **Contiamo i quadretti**
- **Con il righello.**
- **Con la squadra.**
- **Con la gomma.**
- **Con l'astuccio.**
- **Con un foglio.**
- **Con la porta per le cose grandi.**
- **Con il quaderno.**
- **Con una mattonella.**
- **Con qualsiasi cosa piatta.**
- **Tutte queste cose non sono valide perché non sono uguali per tutti: lo abbiamo scoperto con il metro in terza.**
- **Possiamo divider il piano in quadretti.**
- **I quadretti sono la radice delle misure.**
- **Abbiamo già visto questo con le tabelline: il disegno degli schieramenti.**
- **Bisogna però sapere la misura del quadretto.**
- **I quadretti devono essere misurati con le misure di lunghezza che già conosciamo.**
- **Con il righello, dobbiamo misurare i 2 lati e moltiplicare le 2 misure.**

Perciò cosa può misurare il piano?

- ❖ Non si vende come il metro, noi ce lo costruiremo.
- ❖ Non si usa perché la misura si può ottenere con un calcolo.
- ❖ Dobbiamo costruire un quadrato.
- ❖ Il quadrato deve avere i lati di un metro perché tutto il mondo conosce il metro.
- ❖ Per il banco userò il quadrato con il lato di 1 cm.





**Questo è il nostro
metro quadrato.**

Come posso calcolare l'area del parallelogramma?

Faccio base per lato.

Dobbiamo trovare uno schieramento.

Le crocette devono essere in orizzontale e in verticale.

```
X X X X X
X X X X X
```

Devo avere un quadrato o un rettangolo.

Taglio i 2 triangoli esterni e calcolo l'area del rettangolo interno e del rettangolo formato dai 2 triangoli.

Possiamo tagliarlo in mezzo e far ruotare una parte di 180° per formare un rettangolo.

Taglio il triangolo formato dall'altezza e lo faccio traslare fino al lato opposto.

I bambini hanno disegnato sulla carta quadrettata un parallelogramma e lo hanno ritagliato.

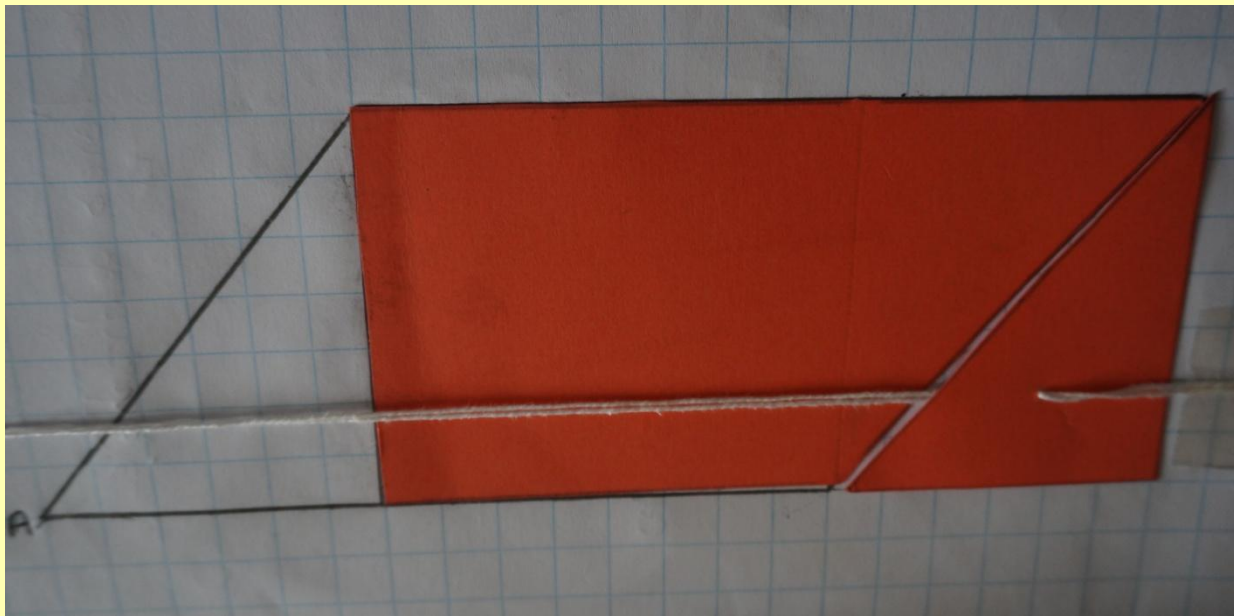
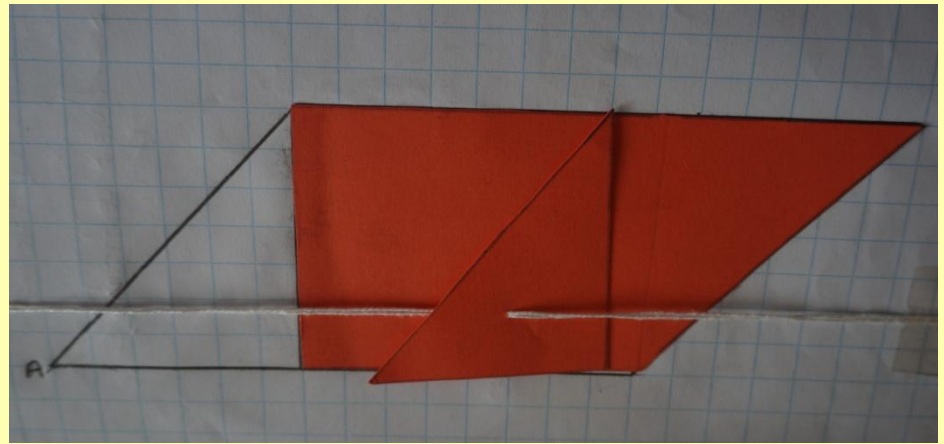
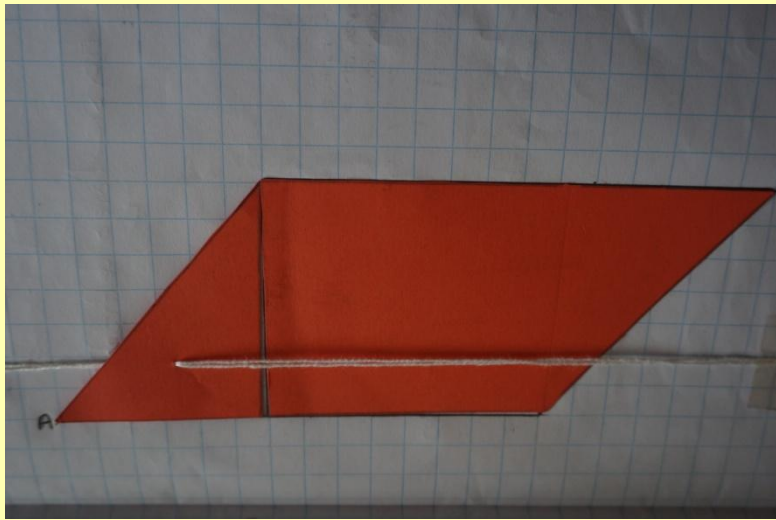
Usando questo modello, hanno disegnato il romboide sul cartoncino colorato.

Hanno tracciato l'altezza e tagliato il triangolo rettangolo ottenuto.

Hanno attaccato sul quadernone il trapezio rettangolo ottenuto.

Hanno identificato il verso, la direzione e l'intensità della traslazione del triangolo rettangolo.

La traslazione è stata riprodotta usando del filo che ha consentito di raffigurare lo spostamento e la composizione di un rettangolo equiesteso al parallelogramma disegnato da ognuno.



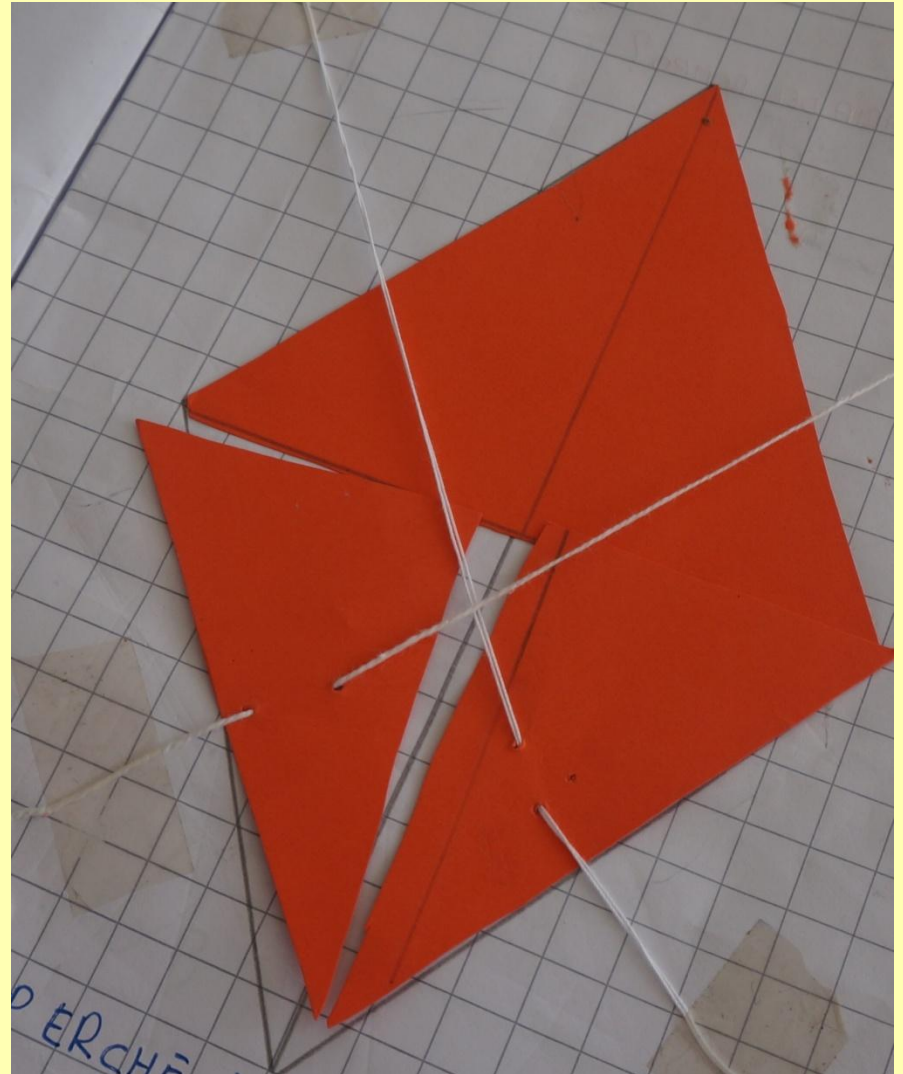
Come posso calcolare l'area del rombo ?

Il rombo è un parallelogramma speciale.

Lo trasformo in un rettangolo come abbiamo già fatto.

Taglio lungo la diagonale minore e divido la parte inferiore a metà.

Trasformo il rombo in un rettangolo così: traslo il triangolo in basso a destra, in alto a sinistra e quello in basso a sinistra in alto a destra.

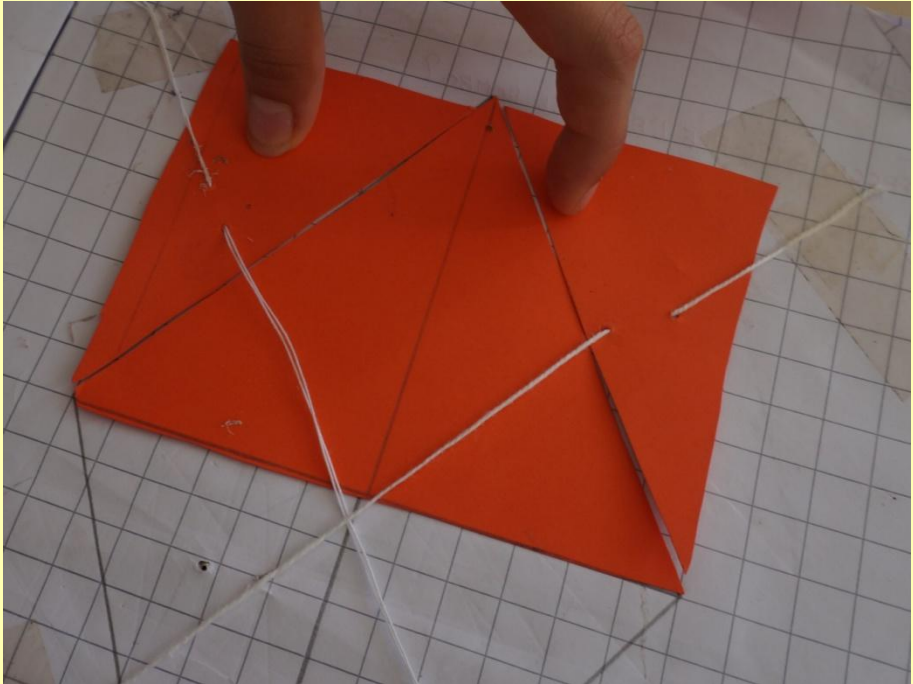
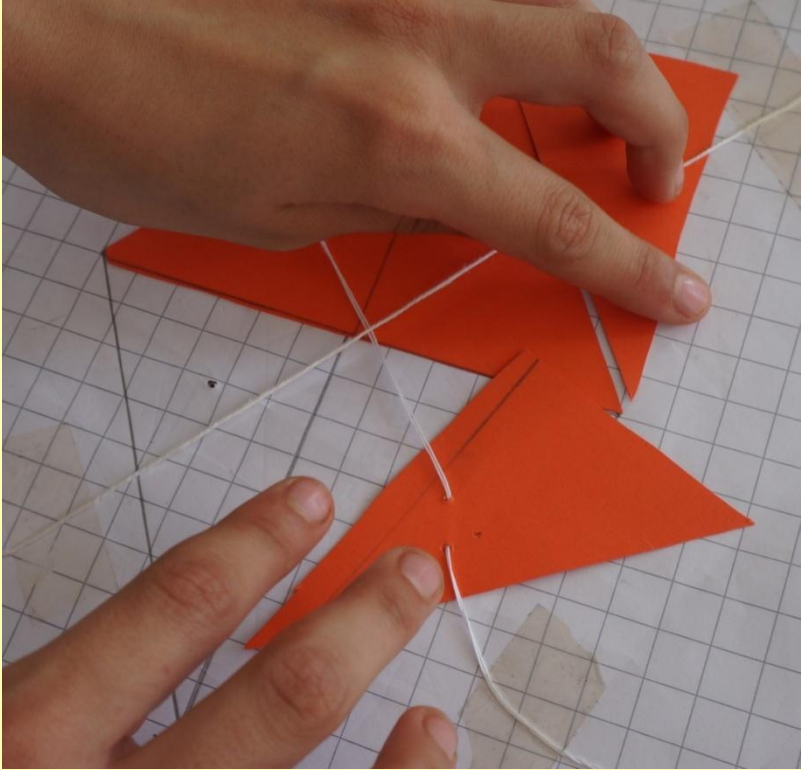


A questo punto del lavoro i bambini sapevano già come rappresentare le ipotesi formulate con la traslazione. Ognuno ha scelto in quale modo trasformare il rombo inizialmente disegnato.

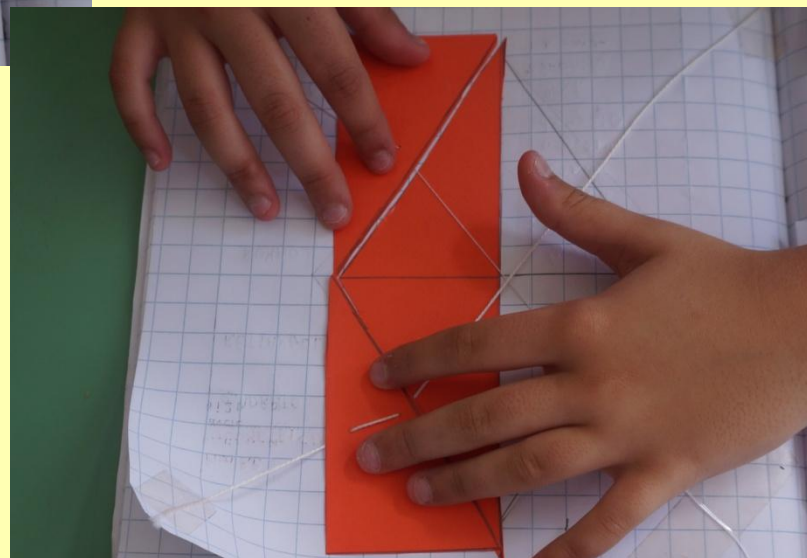
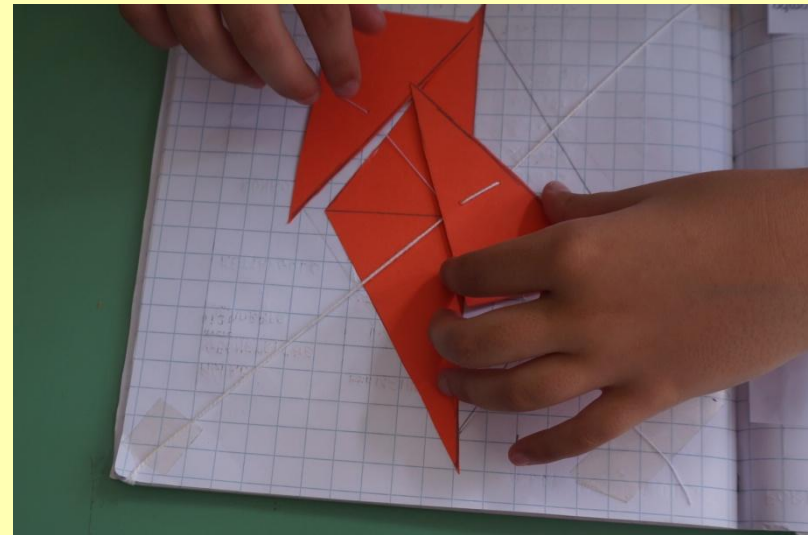
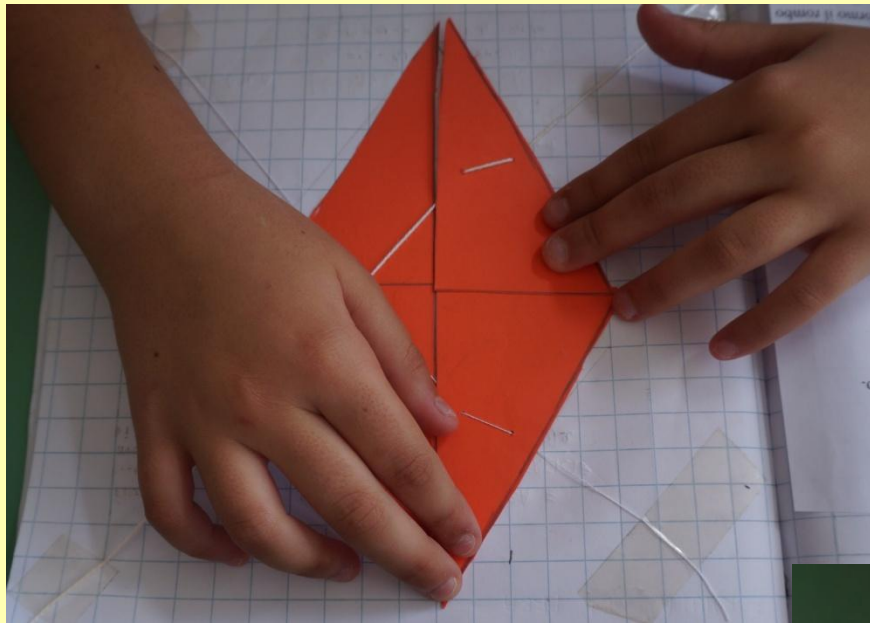
Sempre con il filo ognuno ha riprodotto il movimento dei triangoli ottenuti.

La scelta ha rivelato l'abilità e la volontà di riuscire a portare a termine lavori più complicati.

Gli alunni più capaci e precisi hanno aiutato quelli meno sicuri nel lavoro manuale.

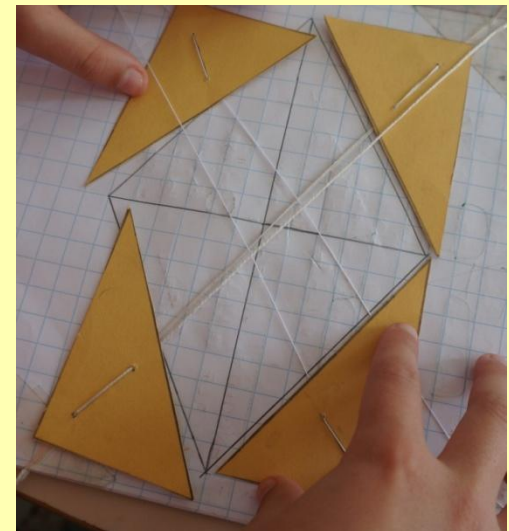
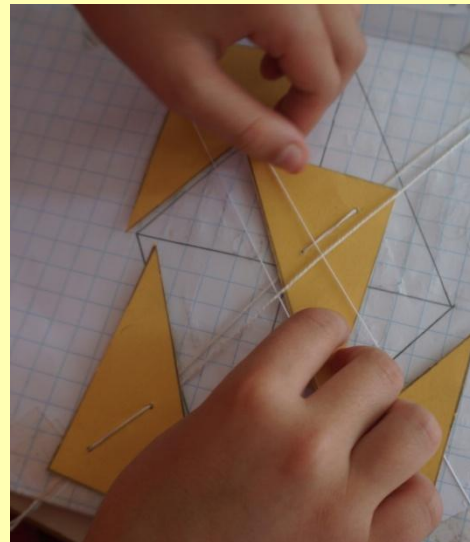
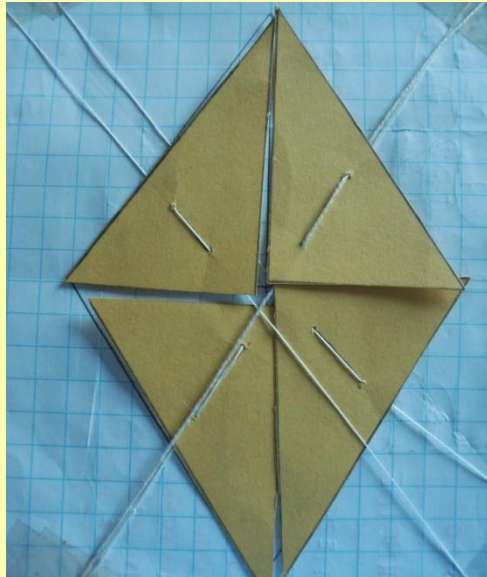


Taglio lungo la diagonale maggiore, divido la parte destra in due triangoli.
Trasformo il rombo in un rettangolo: traslo il triangolo in basso in alto a sinistra
e quello in alto in basso a sinistra.



Taglio il rombo lungo le diagonali e faccio traslare i triangoli ottenuti alla parte opposta in obliquo. Ottengo un rettangolo con l'altezza che è uguale alla diagonale maggiore e la base uguale alla diagonale minore.

L'area di questo rettangolo è doppia del rombo.



Come posso calcolare l'area del trapezio?

Per il trapezio isoscele taglio il triangolo formato dall'altezza e lo faccio diventare un rettangolo come per il parallelogramma.

Per tutti i trapezi posso fare così?

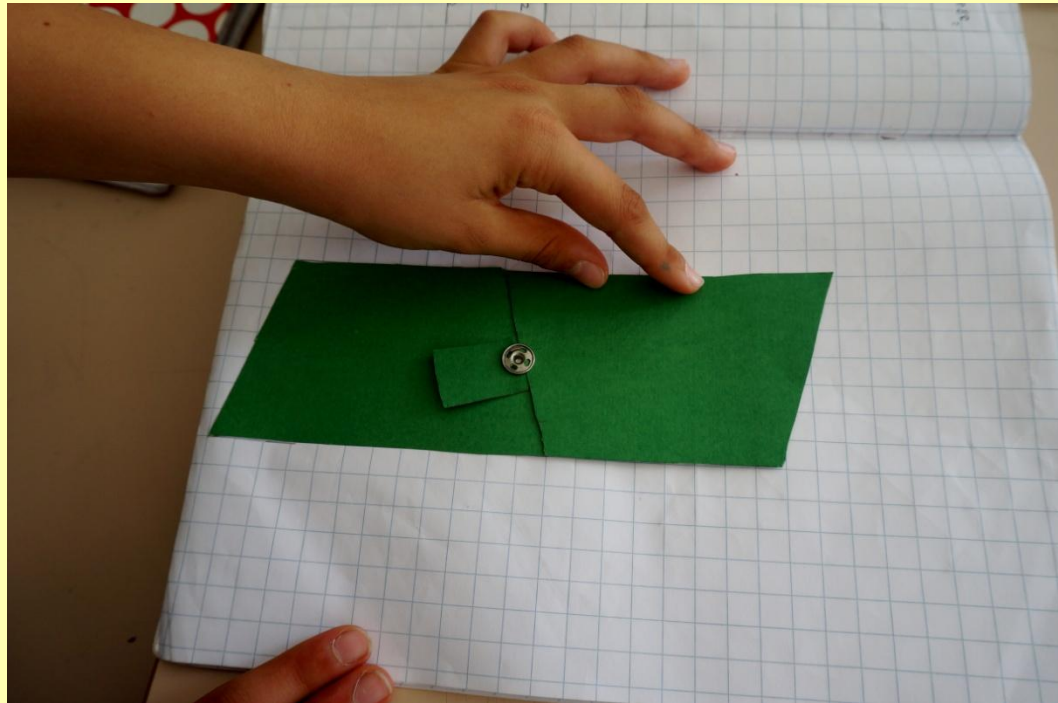
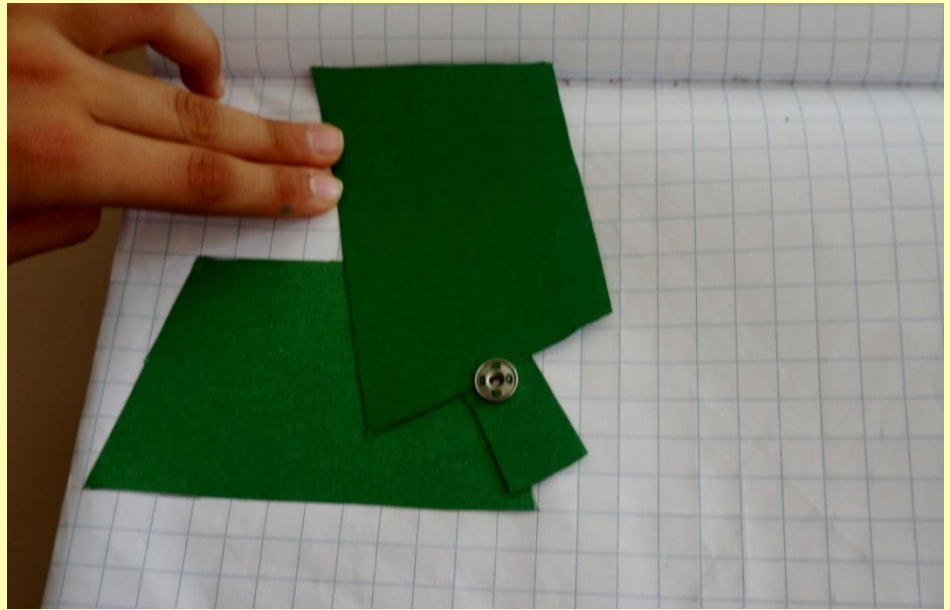
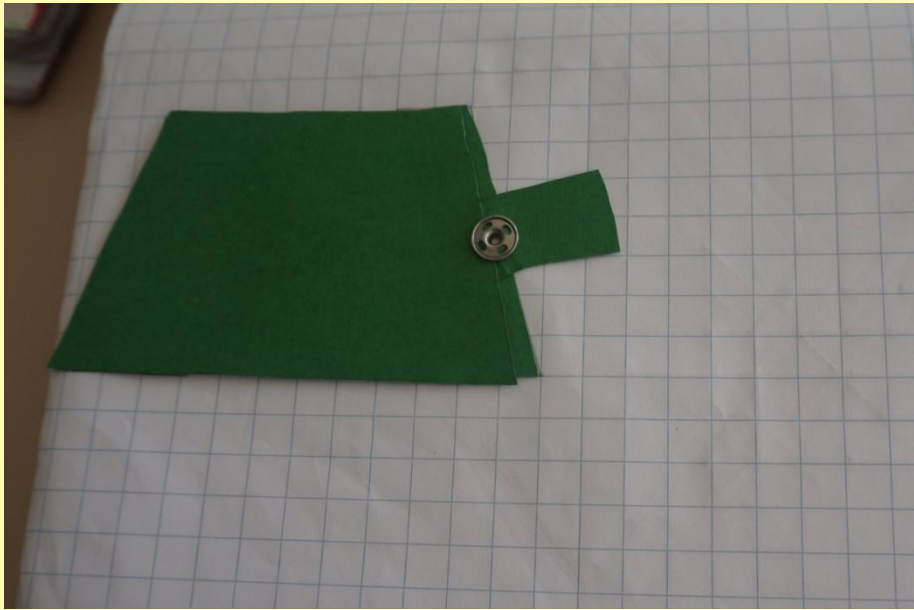
No, posso solo per il trapezio isoscele.

Il trapezio rettangolo posso ruotarlo: diventa un rettangolo.

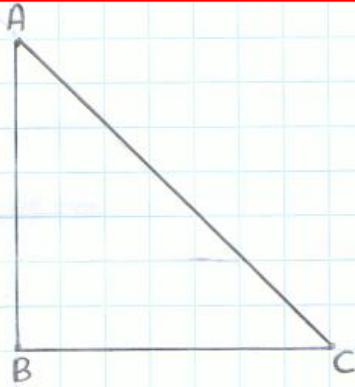
Quello scaleno un parallelogramma.

Hanno l'area che è il doppio del trapezio.

Alla fine confrontando le varie opinioni, i bambini hanno scoperto che con la rotazione di un qualsiasi trapezio si poteva formare un parallelogramma. Perciò hanno potuto ricavare abbastanza facilmente il modo per calcolare la superficie del trapezio.



E i triangoli?



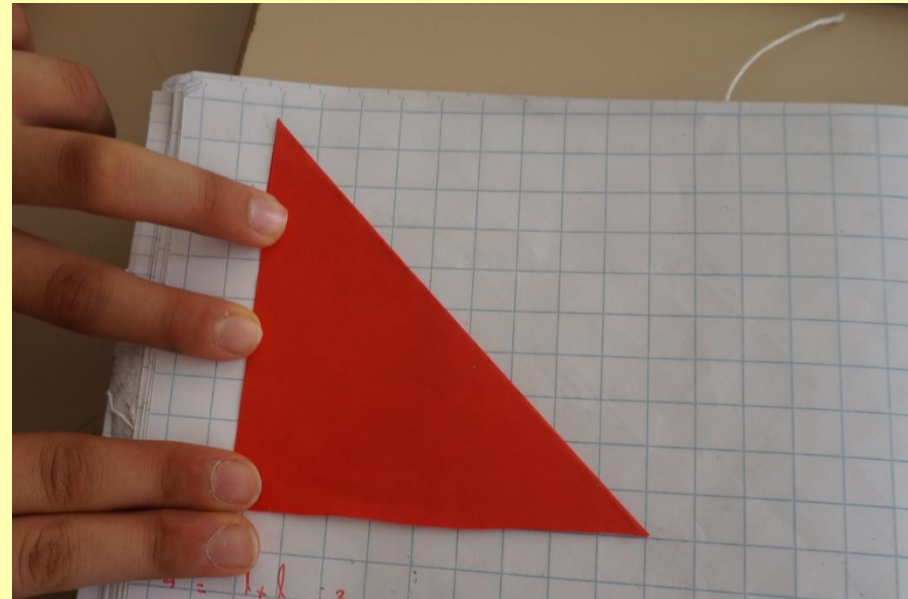
Osservazioni

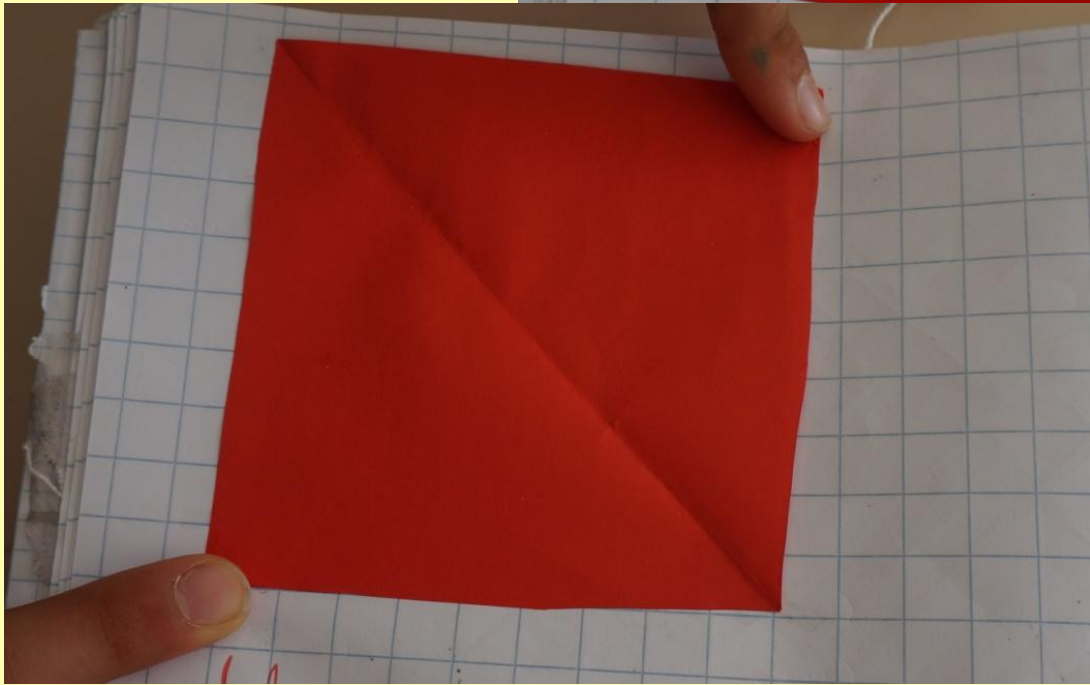
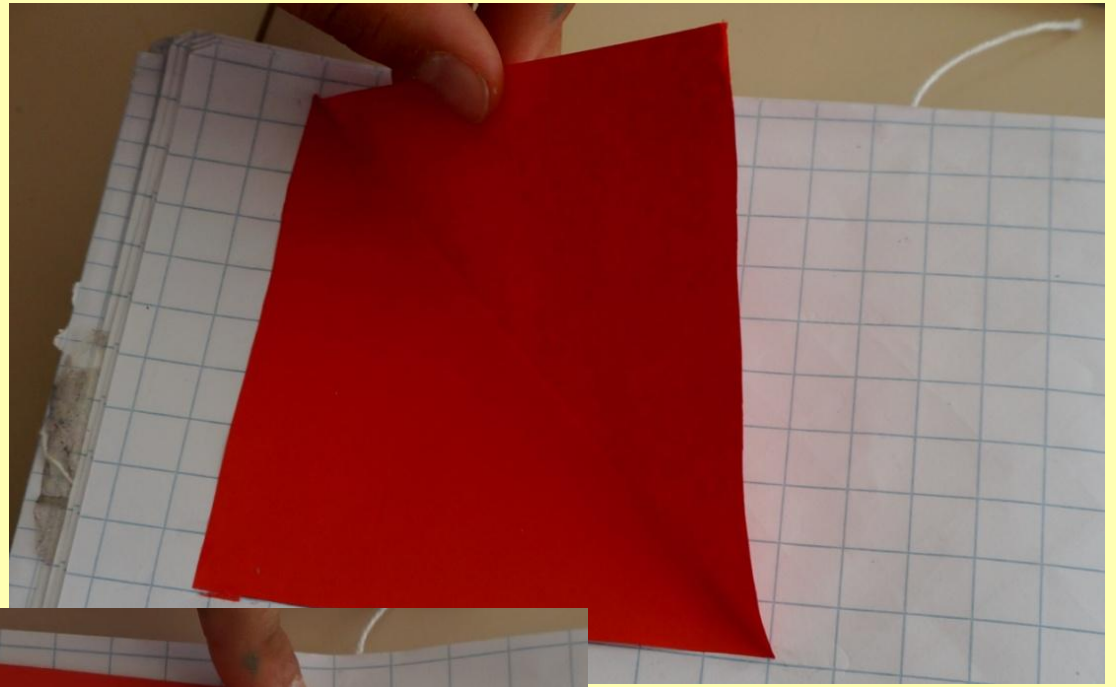
Il triangolo diventerà un rettangolo se disegno il suo simmetrico e l'asse di simmetria è il lato maggiore

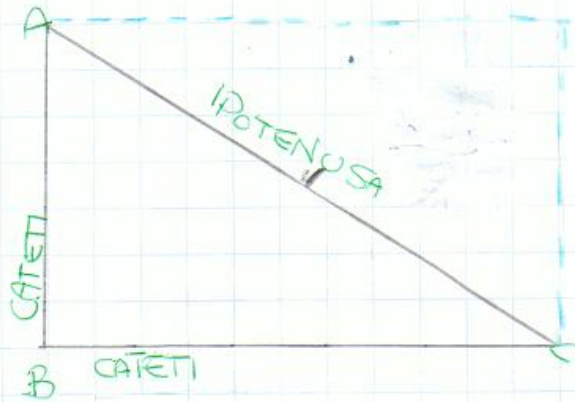
(Sabry)

Il triangolo isoscele rettangolo diventerà un quadrato se lo faccio ruotare intorno al punto di mezzo del lato maggiore. (Ale, F, Giorgia)

L'ipotesi corretta è la 2ª.







OSSERVAZIONI

DIVENTERÀ UN RETTANGOLO (A.E.S.)

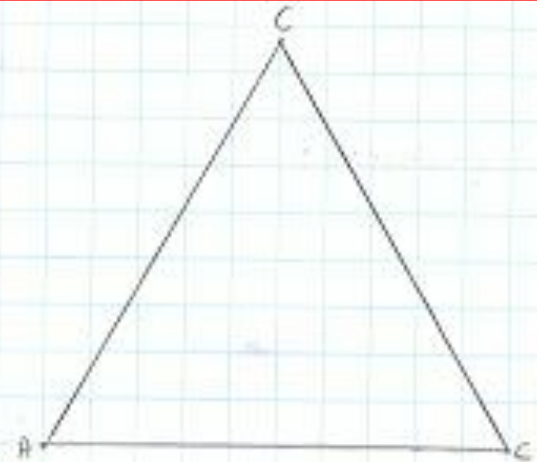
CON LA SIMMETRIA E LA ROTAZIONE (A.E.F)

CON LA ROTAZIONE INTORNO AL PUNTO DI MEZZO DELL'IPOTENUSA (ANDREA, ISA)

CORRETTE

LE IPOTESI SONO LA PRIMA E LA TERZA

$$A = b \times h : 2$$



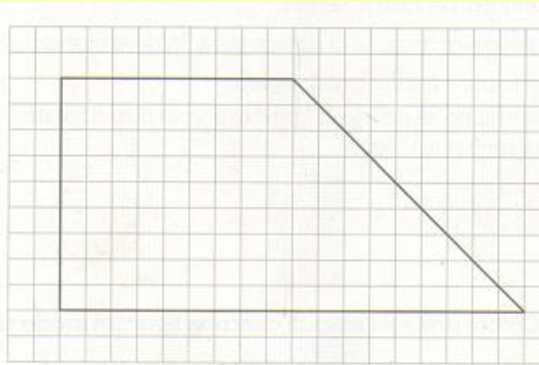
Conclusioni: Il triangolo isoscele diventa un rombo.

Il triangolo equilatero diventa un rombo.

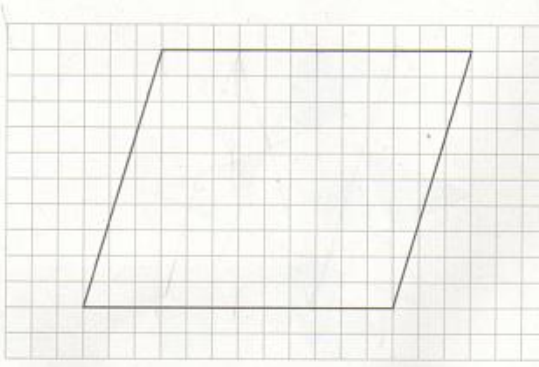
$$A = b \times h : 2$$

Verifiche

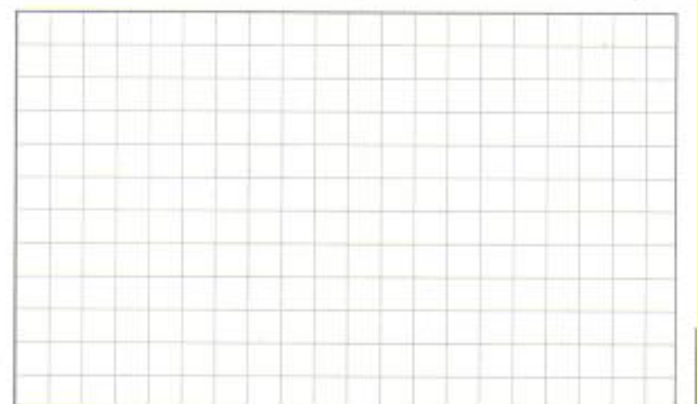
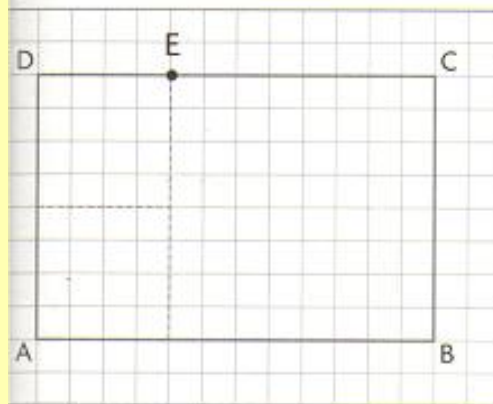
Dividi il trapezio rettangolo in modo da ottenere 3 triangoli rettangoli isosceli congruenti



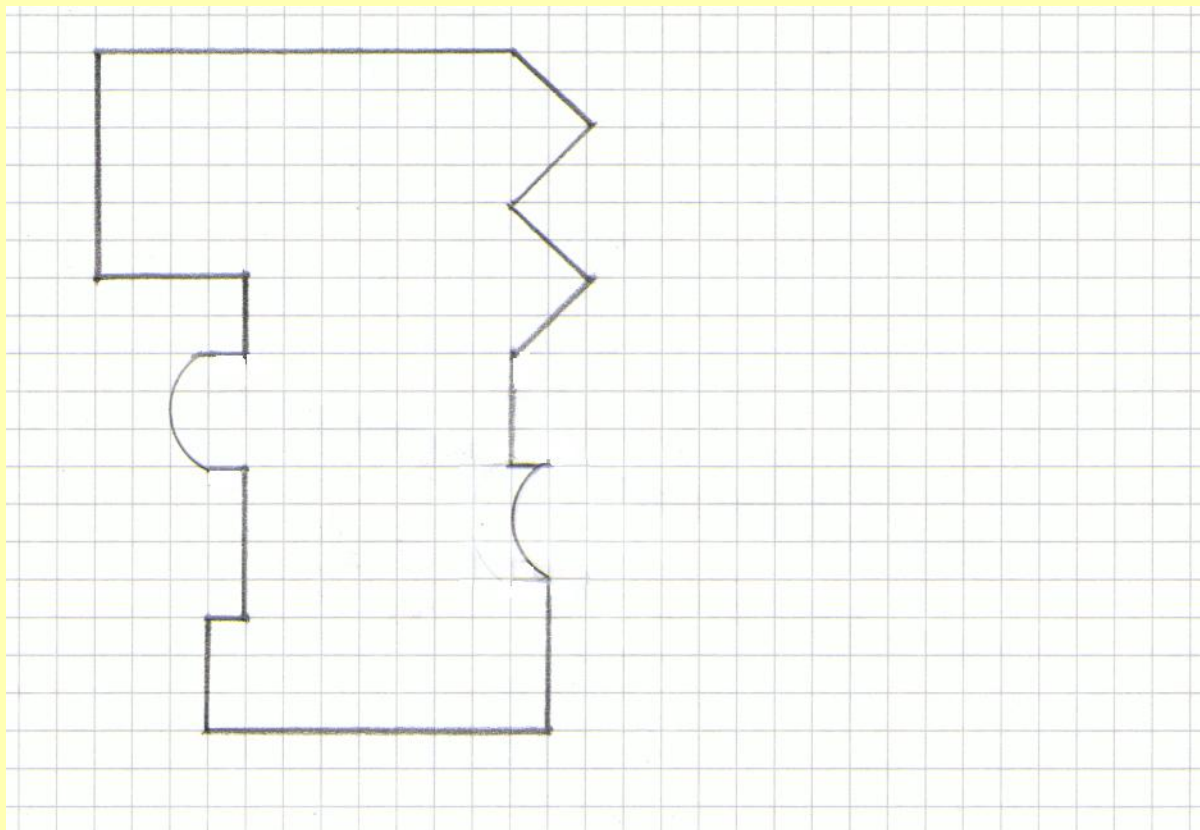
Dividi il parallelogramma in 8 triangoli rettangoli congruenti



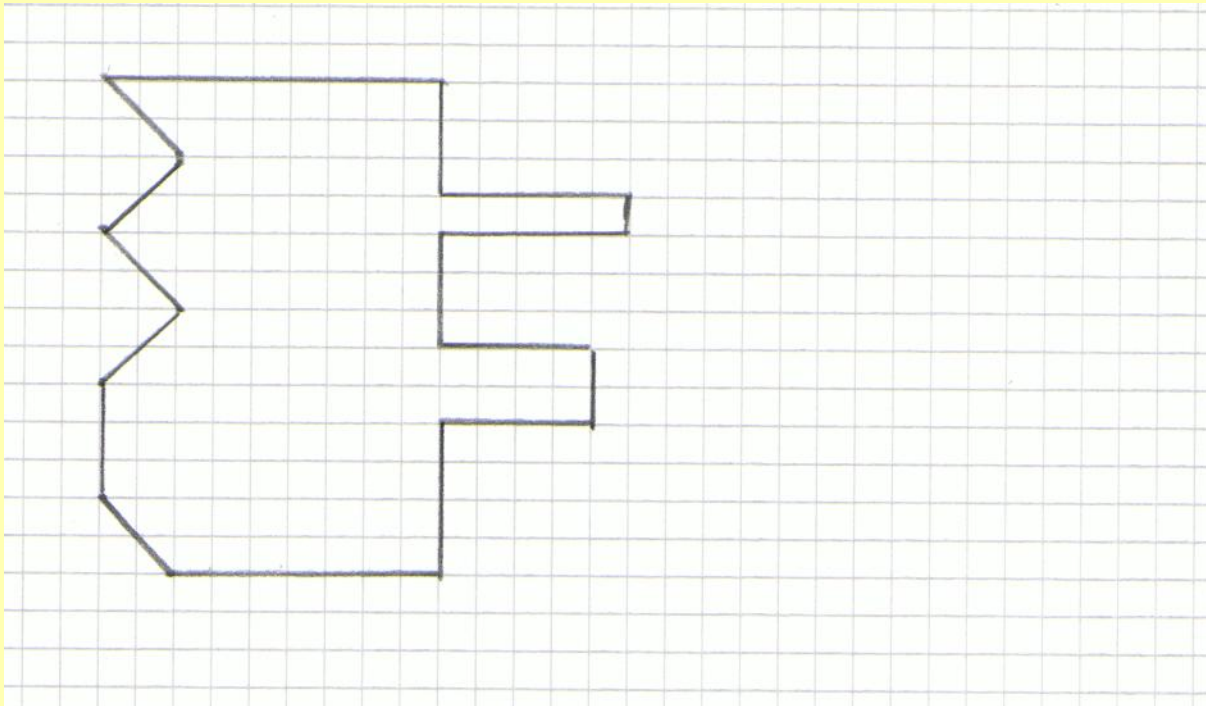
Il rettangolo ABCD è stato diviso in 3 parti. Disegna e posiziona il punto E in modo da ottenere 3 rettangoli congruenti



Costruisci rettangoli equiestesi alla figura disegnata



Costruisci rettangoli equiestesi alla figura disegnata



Valutazione delle verifiche

Il lavoro di manipolazione, scomposizione e ricomposizione ha dimostrato la sua validità nell'esecuzione delle verifiche.

I bambini hanno apprezzato e si sono divertiti a svolgere gli esercizi proposti, più velocemente di quanto mi aspettassi.

Alcuni hanno avuto qualche incertezza nel completare correttamente la terza prova: sono riusciti a dividere il rettangolo in tre rettangoli congruenti ma non hanno saputo spostare il punto E indicato dal comando.

Nella quarta prova non hanno avuto incertezze nemmeno per la presenza del semicerchio che non avevamo ancora analizzato.

Risultati ottenuti

Gli stimoli e le proposte fornite dal corso di formazione mi hanno indicato un approccio basato sull'osservazione, la manipolazione e la scoperta di differenze e somiglianze dei polimini.

Dalle discussioni collettive, dalle verifiche effettuate e dalle osservazioni fatte durante le esercitazioni ho riscontrato che per i bambini era chiaro che le figure geometriche possono trasformarsi: conservare alcune caratteristiche e cambiarne altre. Inoltre si sono potenziate le capacità di osservare, di analizzare e di trovare risposte ai nuovi problemi via via emersi.

Valutazione dell'efficacia del percorso didattico sperimentato

L'osservazione e la costruzione dei polimini ha portato gli alunni a scoprire come misurare le superfici attraverso un percorso che si è basato sulla manipolazione di vari materiali.

Hanno potuto confrontare situazioni diverse o simili che hanno sollecitato domande e prodotto ipotesi di risposta.

Hanno scoperto che le figure geometriche possono avere forme diverse ma stessa estensione e/o stesso perimetro.

Hanno scoperto che tutte le figure devono essere trasformate in rettangolo per poter calcolare l'area.

Hanno capito l'importanza delle isometrie per poter trasformare le figure.

L'analisi delle situazioni create ha reso l'apprendimento dei concetti più attivo e adeguato agli obiettivi prefissati.