

REGIONE  
TOSCANA



Prodotto realizzato con il contributo della Regione  
Toscana nell'ambito dell'azione regionale di  
sistema

# Laboratori del Sapere Scientifico



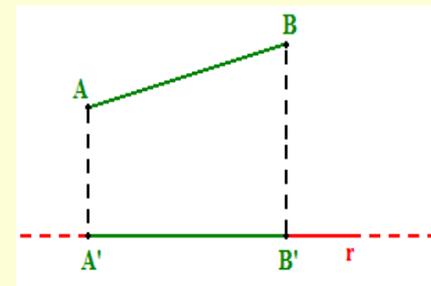
# Costruzione di angoli e Poligoni in movimento

Scuola media  
I.C. Grosseto 4  
a.s 2015/16

A cura della prof.ssa Anna Maria La Cava



# Lavoro eseguito dalla classe IC





# GLI ANGOLI, COSA SONO

- Cercare gli angoli nella vita di tutti i giorni
- Descrivere con proprie parole cosa è un angolo
- Usare gli strumenti di tecnologia
- Misurare gli angoli
- Giungere alla definizione condivisa degli angoli

OBIETTIVI DELLE  
PRIME TRE  
LEZIONI





# METODOLOGIA

Il concetto di angolo non è semplice, per questo si è cercato di organizzare percorsi significativi per condurre gradualmente gli alunni al concetto di angolo. In questa ottica sono state evitate definizioni del tipo: angoli consecutivi, angoli adiacenti ecc, ma si sono cercati spunti in situazioni interessanti in cui appaia chiaro il ruolo dell'angolo.





## ...e Materiali

**Angoli di rotazione** nelle situazioni più varie, per esempio le rotazioni delle lancette di un orologio . **Angoli di visuale**: che cosa si vede da una finestra aperta? **Angoli interni** di un poligono - invarianza degli angoli nelle figure simili. **Angoli esterni** di un poligono intesi come cambiamenti di direzione in un percorso sul contorno del poligono.

I **MATERIALI** usati sono: asticelle, spago, cartoncini fermacampioni, carta velina, cannuce..



# Ambiente in cui si è sviluppato il percorso

L'esperienza si è svolta essenzialmente  
in classe





# Tempo impiegato

- Per la progettazione nel L.S.S.: 9 incontri
  - Per la progettazione specifica nella classe: 8 ore.
  - Tempo scuola per lo sviluppo del percorso: 16 ore nei mesi ottobre-marzo.
- 



# Domande per la discussione

Per avviare una discussione sul concetto di angolo, da condividere, viene somministrato un questionario:



# Esempi di domande e risposte

14-01-16

FEDERICO FONTI 19C

## Rispondi alle domande

1) Negli oggetti che ti circondano, vedi degli angoli?

2) Puoi con un movimento descrivere un angolo?

3) È possibile misurare un angolo col metro?

4) Cosa è secondo te un angolo?

5) Come si può rappresentare un angolo retto? Che proprietà ha?

6) Un angolo molto acuto può contenere oggetti di grandi dimensioni?

7) Certo, ad esempio il banco, il quaderno

nello? Che proprietà ha?  
6) Un angolo molto acuto può contenere oggetti di grandi dimensioni?  
1) Certo, ad esempio il banco, il quaderno.

2) Sì, muovendo il braccio.

3) No, per misurare un angolo serve il goniometro

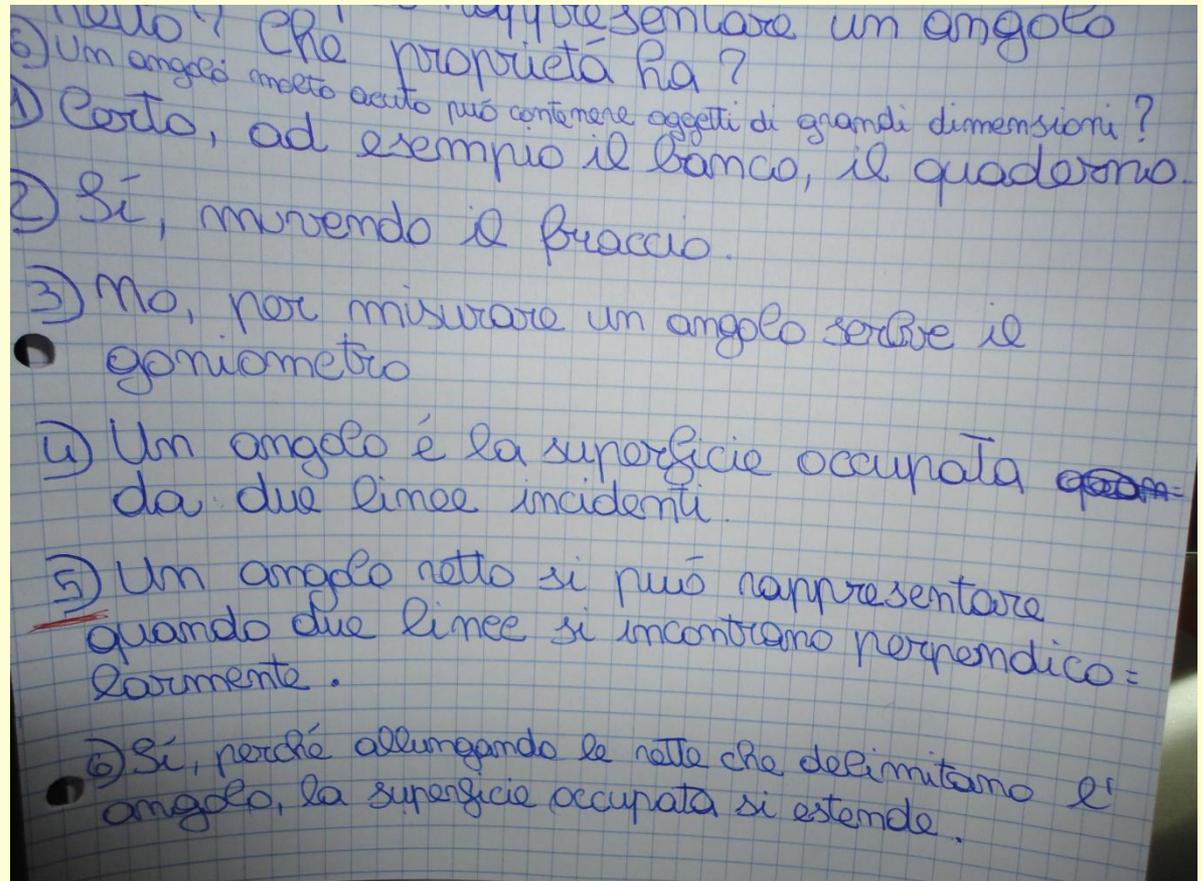
4) Un angolo è la superficie occupata da due linee incidenti.

5) Un angolo retto si può rappresentare quando due linee si incontrano perpendicolarmente.

6) Sì, perché allungando le rette che delimitano l'angolo, la superficie occupata si estende.

# ...altre risposte

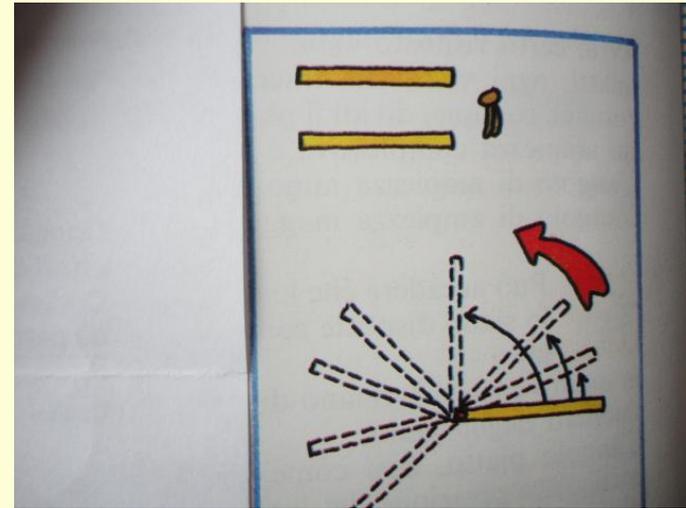
Esempio di  
risposte  
date



# Rappresentare un angolo

Si utilizzano:

un fermacampione,  
due striscioline di carta  
anche se non di uguale  
lunghezza e si lasciano  
liberi di muoversi



Si utilizzano :  
due bastoncini di legno  
un foglio di carta  
plissettato



# L'angolo e il pesciolino

## Materiale:

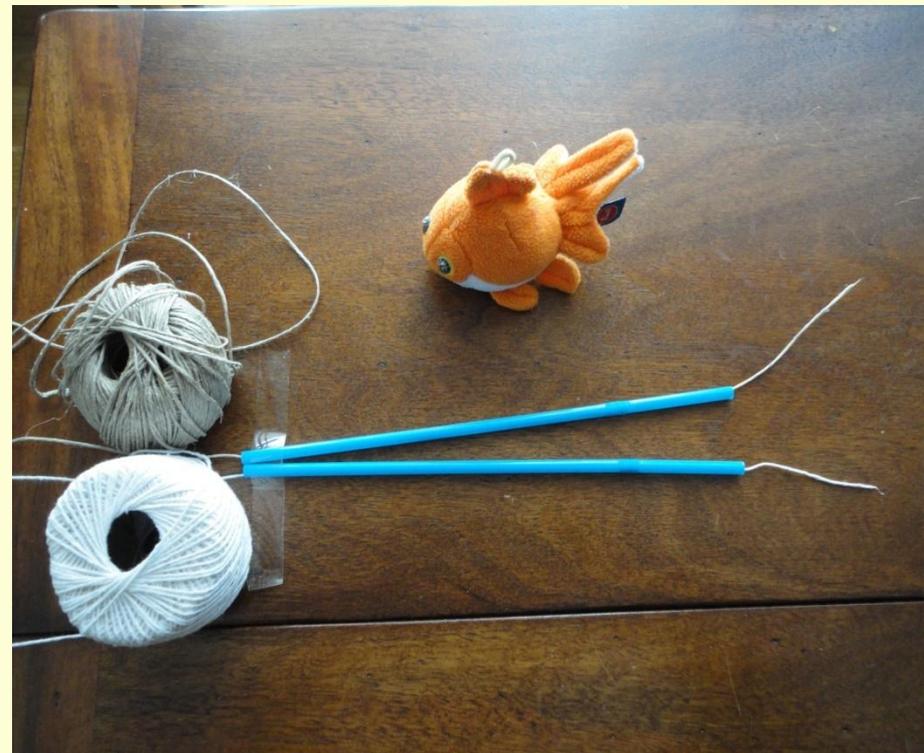
2 rotolini, 2 cannuce ,1 pupazzetto.

## Obbiettivo:

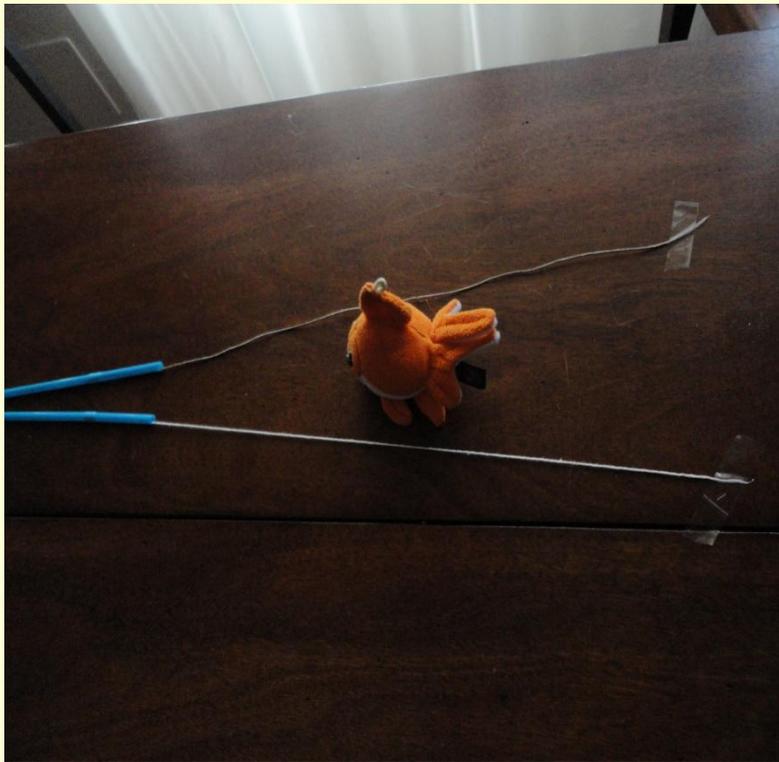
Inserire il pupazzetto nell'angolo fatto con le cannuce

## Domanda:

È possibile che il pesciolino Trudy possa entrare all'interno di questo piccolo angolo?



# Verifica



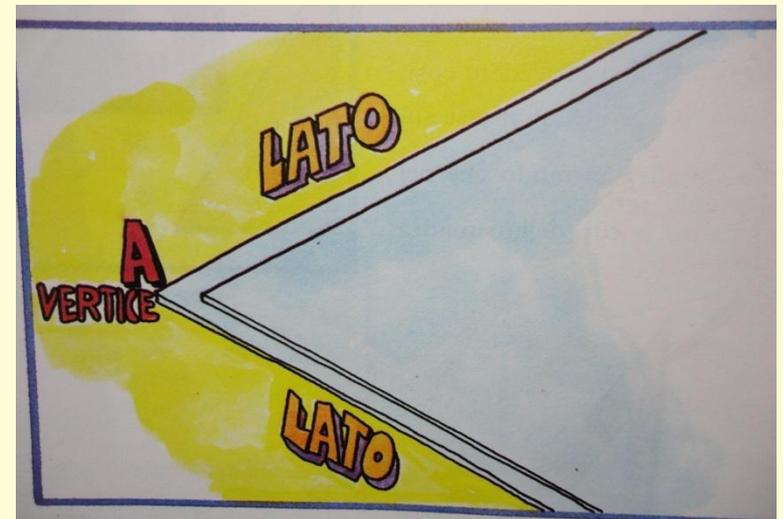
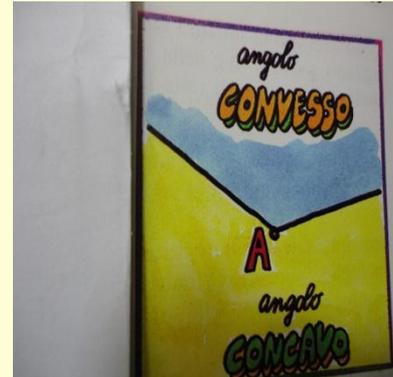
Il pesciolino è entrato all'interno dell'angolo. Come mai?

Perché la misura dell'angolo non è data dalla lunghezza delle cannucce, né solo dallo spazio vicino al vertice dell'angolo

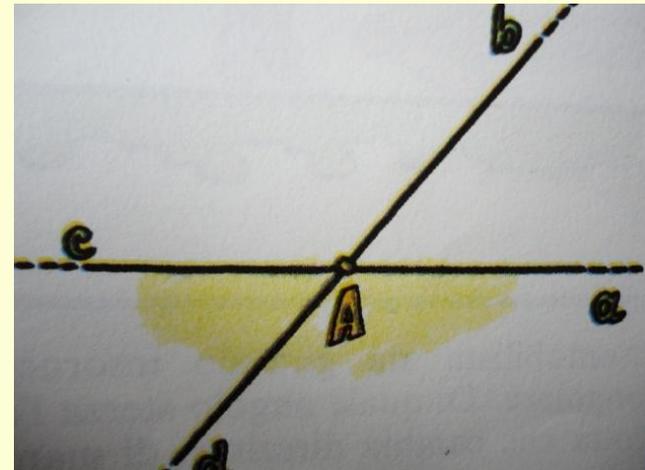
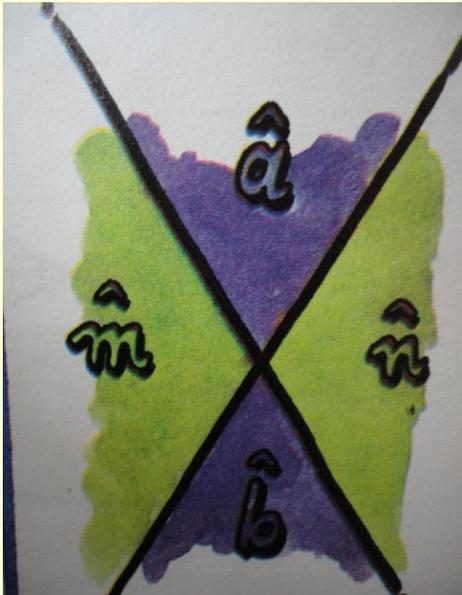
L'ampiezza di un angolo è tutta la parte di piano compresa fra i lati dell'angolo che sono semirette rappresentate dal prolungamento delle cannucce con i fili di spago

# QUANTI ANGOLI !

- A. concavi-convessi
- A. retti, acuti, ottusi
- A. piatti-giro
- Lati dell'angolo
- Vertice dell'angolo
- Angoli interni di un poligono
- Angoli esterni di un poligono



# Rette e angoli

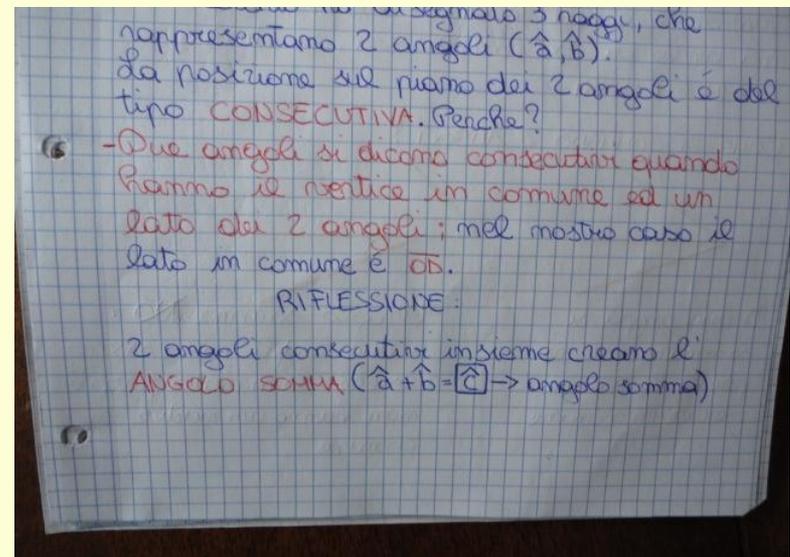
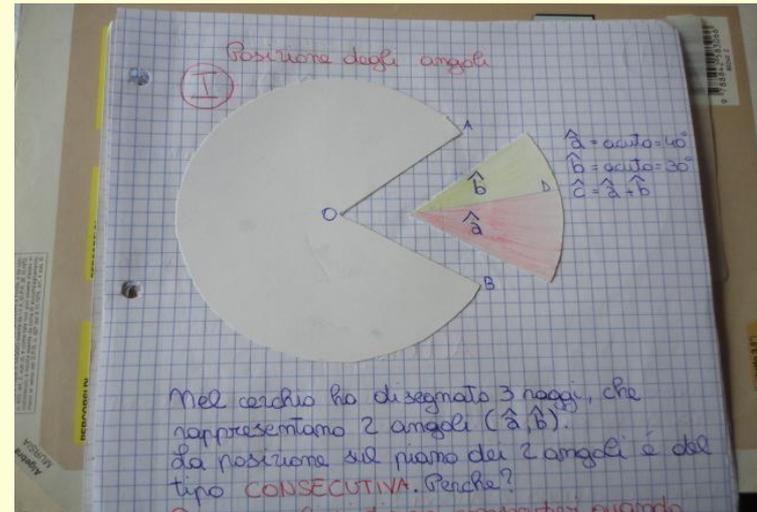


Basta disegnare due rette come se fossero due piegature di un foglio, che si viene a formare un incontro di 4 angoli a due a due uguali e detti angoli opposti al vertice, la parte di piano colorata di giallo forma un angolo piatto che è la somma di un angolo acuto con il suo consecutivo angolo ottuso:

Sono gli **angoli adiacenti**

# Posizioni sul piano I

Utilizzando un cerchio ottenuto da un modellino di carta, abbiamo visto che più angoli con uguale vertice possono occupare diverse posizioni sul piano ed abbiamo misurato la loro ampiezza



# Posizioni sul piano II

II



$\hat{F} + \hat{G} = 90^\circ$

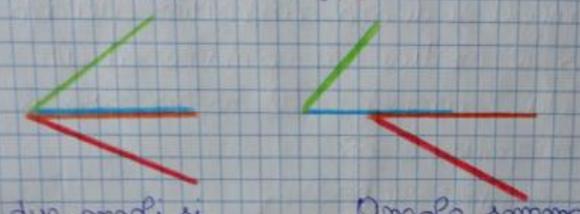
- sono consecutivi? **Sì**
- si sommano? **Sì**
- Sommano un angolo retto? **Sì**

ALLORA:

Quando 2 angoli, sommati insieme, sono **CONSECUTIVI** ma anche di  $90^\circ$  complessivi, si dicono **COMPLEMENTARI**.

COME SI SOMMANO 2 ANGOLI?

COME SI SOMMANO 2 ANGOLI?

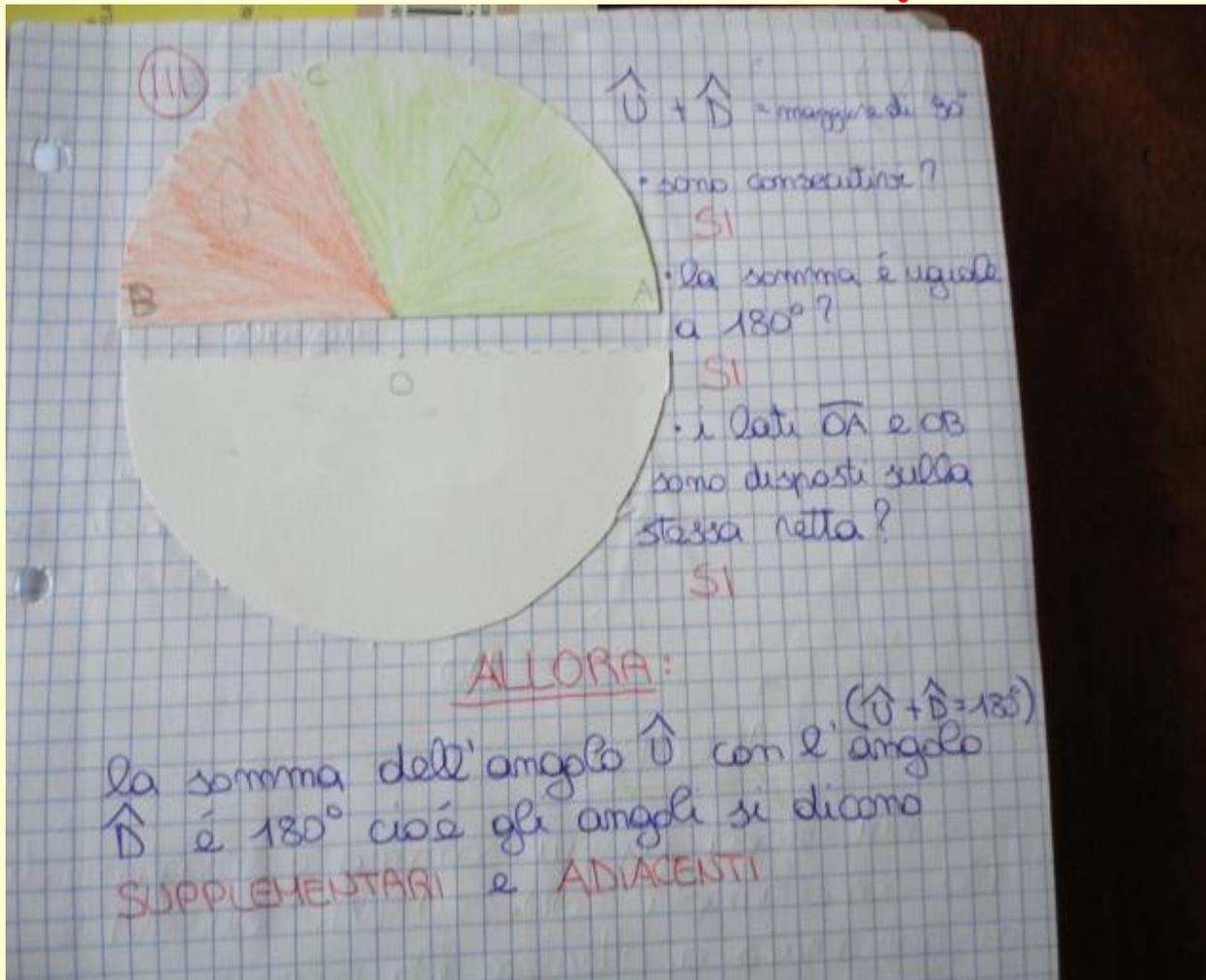


I due angoli si sommano insieme perché hanno un vertice in comune

Angolo somma ~~NO~~ i due angoli non possono essere sommati perché non hanno un vertice in comune

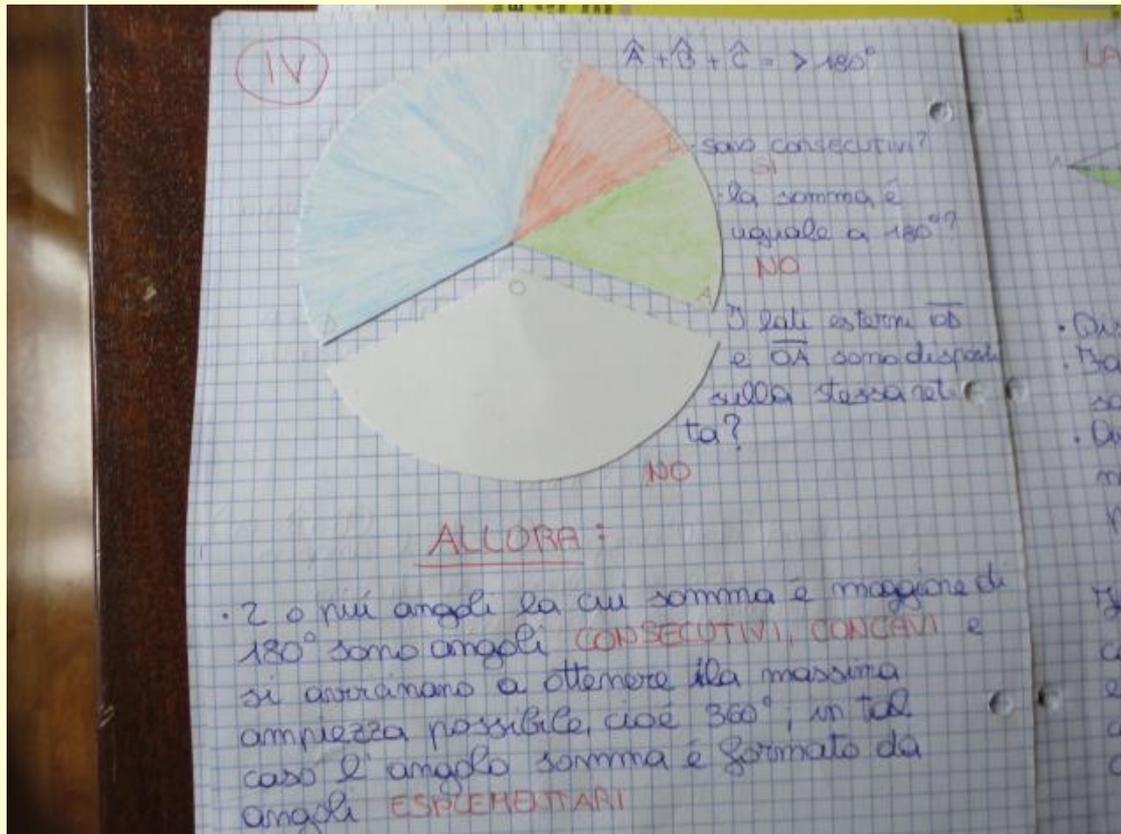
L'angolo giallo e l'angolo rosso creano uno spicchio di cerchio che è un quarto del cerchio e formano un angolo retto

# Posizioni sul piano III



Utilizzando sempre il metodo taglio di un cerchio, i 2 angoli rosso più verde insieme occupano la metà del cerchio stesso cioè il semicerchio

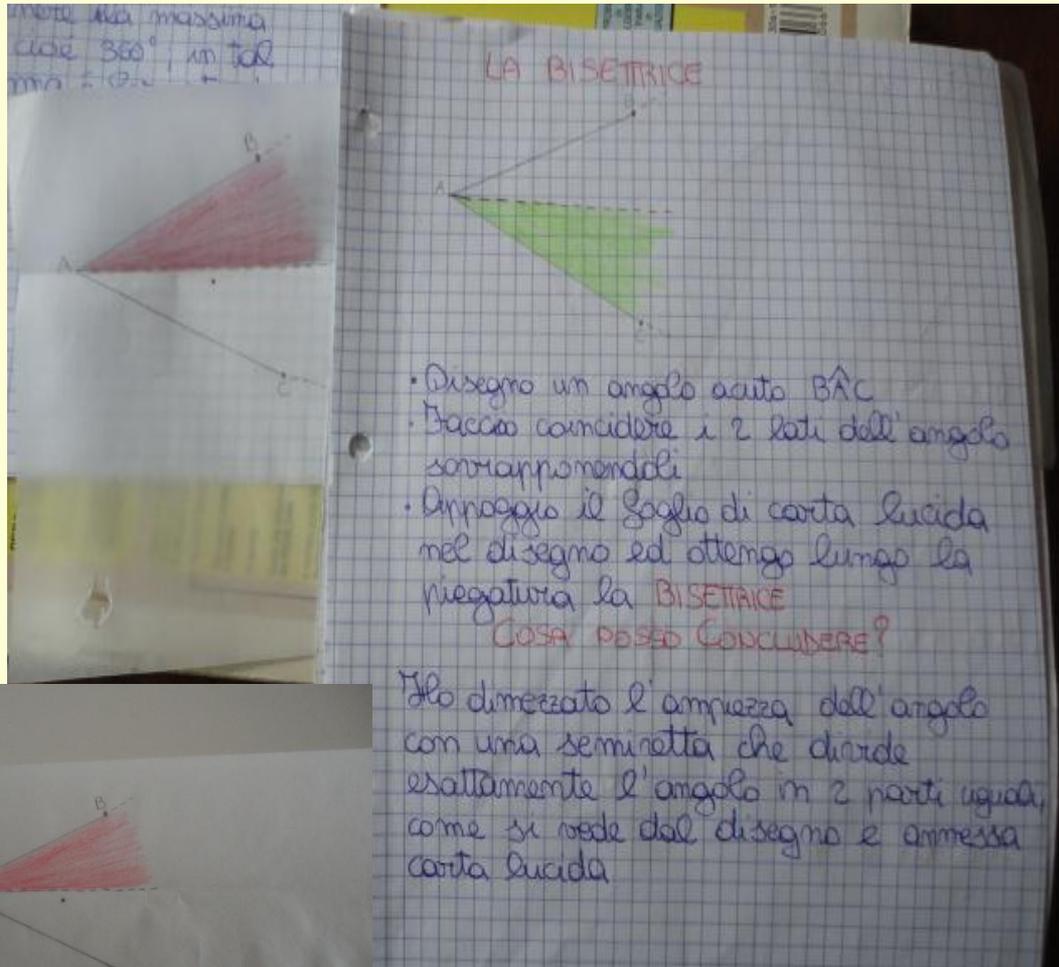
# Posizione sul piano IV



Anche in questo caso il nostro cerchio, tagliato da due raggi, contiene una parte colorata di celeste, rosso e verde che è l'insieme di tre angoli e una parte bianca.

La parte colorata forma un angolo concavo, somma degli angoli colorati

# Proprietà dell'angolo: la bisettrice

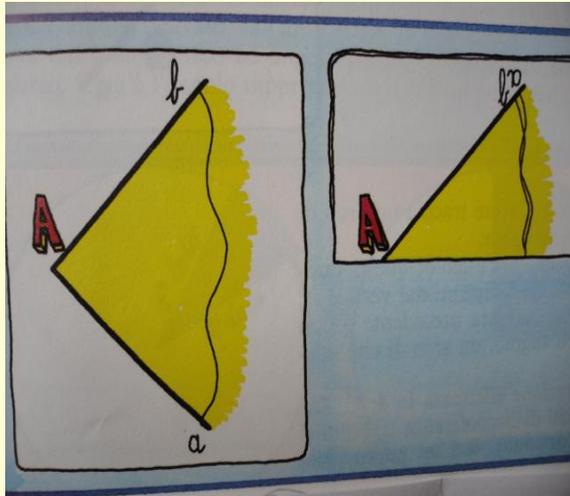


Occorrente:  
matite colorate,  
foglio di carta lucida  
quaderno di lavoro

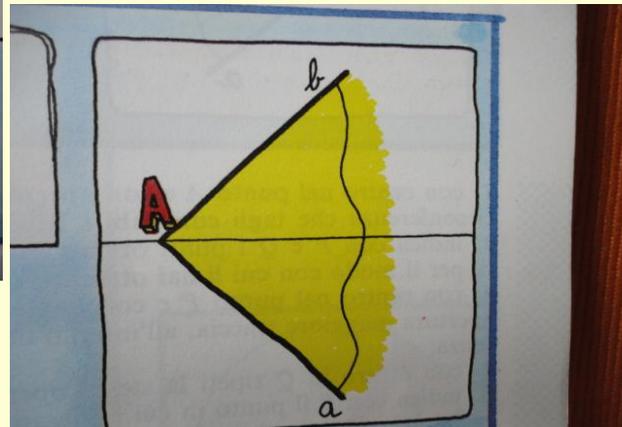
Piegando il foglio di carta lucida in modo che i lati dell'angolo siano sovrapposti, la piegatura stessa (BISETTRICE) divide l'angolo in 2 metà perfettamente coincidenti

## Proprietà della bisettrice II

I foto

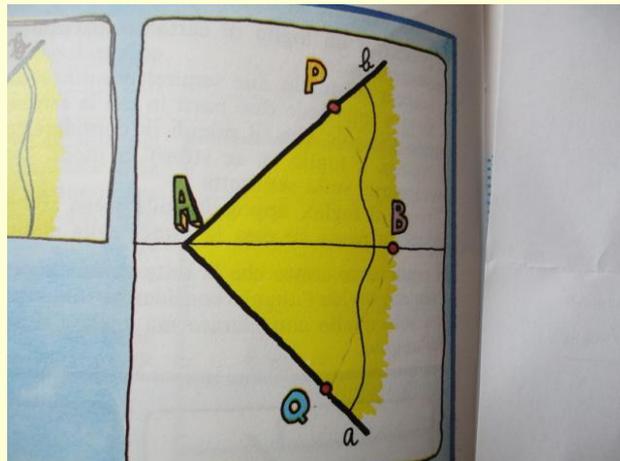


II foto

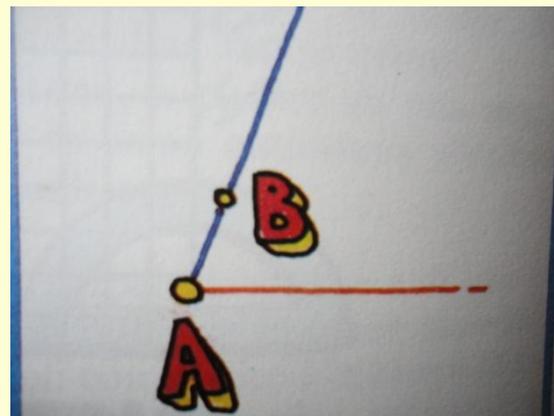
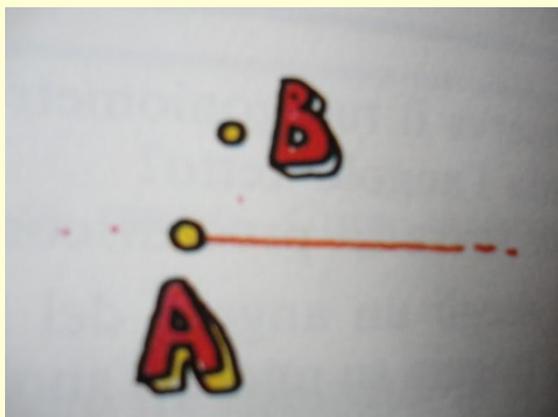
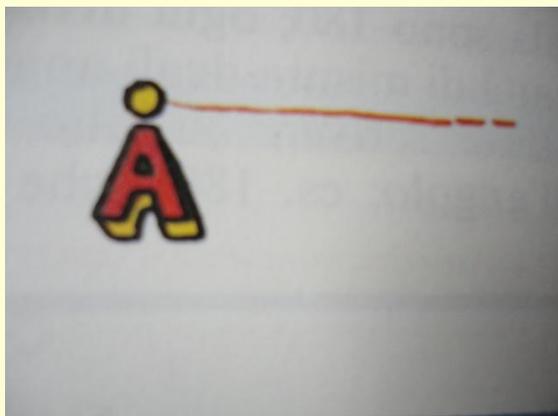


L'esperienza mi dice che se piego un angolo facendo coincidere i lati, e foro in un punto il lato dell'angolo, si ottengono due punti (a; b) alla stessa distanza dal vertice, ma anche di conseguenza, ad uguale distanza anche dalla piegatura del foglio, quindi equidistanti dalla bisettrice.

III foto

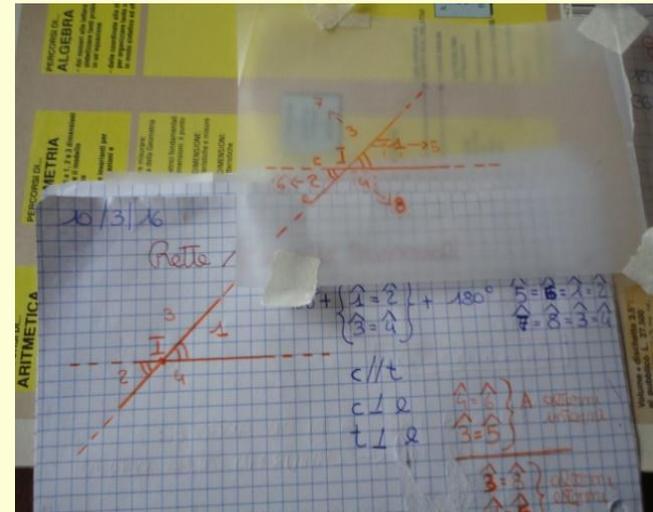


# Misura degli angoli , uso del goniometro

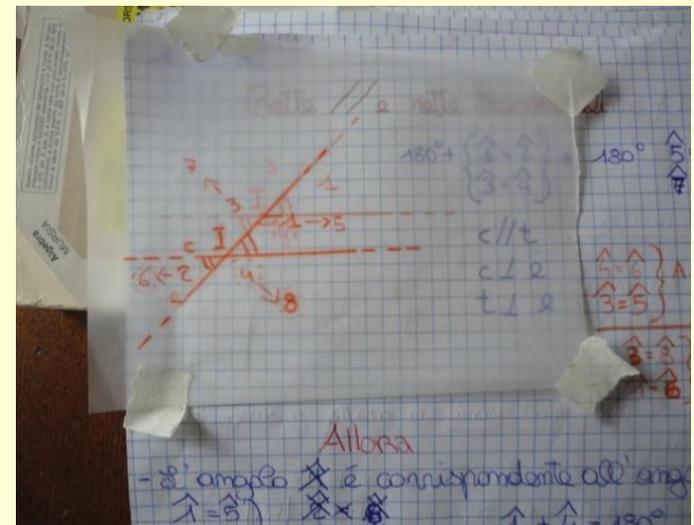


# Angoli e rette, coppie perfette

Abbiamo disegnato due rette incidenti nel punto I, distinguendo gli angoli 1, 2, 3, 4 che sono a due a due uguali;

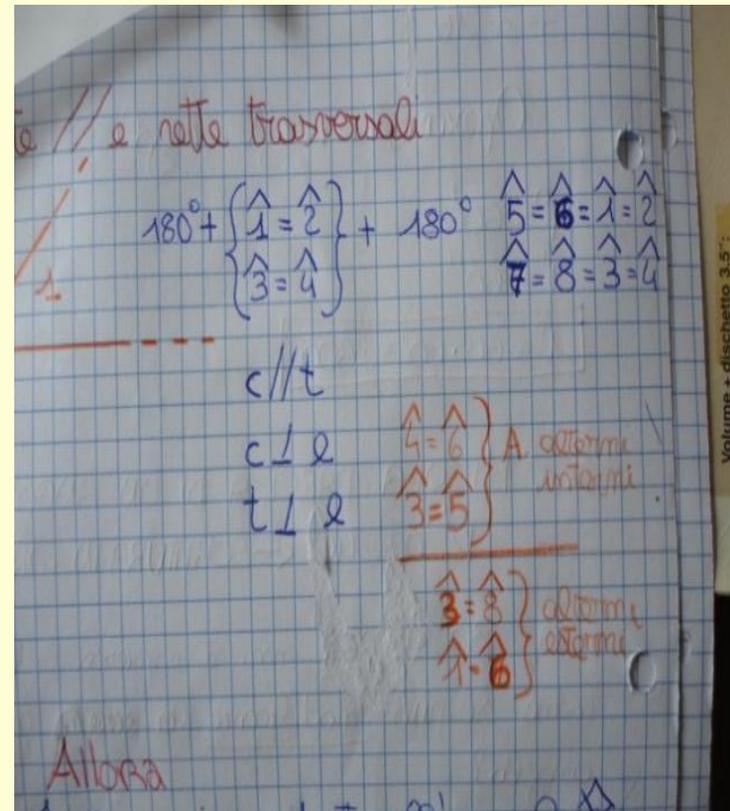


Abbiamo ricalcato la stessa figura su carta lucida, facendola poi scivolare in basso sul disegno del quaderno, visualizzando così 3 rette una sul quaderno e le altre due su carta lucida



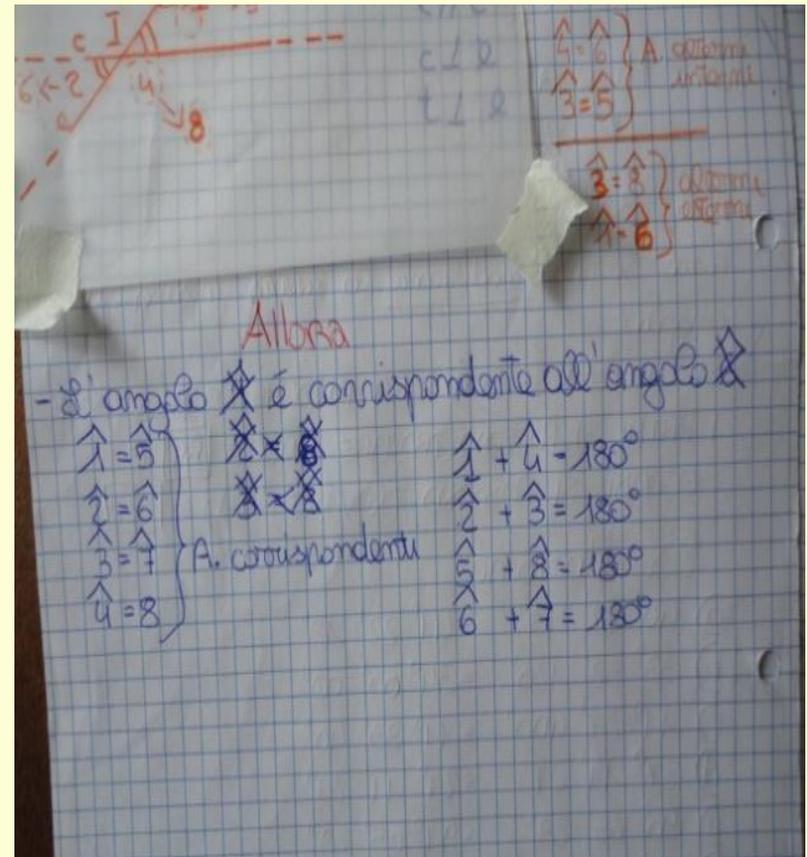
# Rette parallele tagliate da una trasversale

...in cui gli angoli 5 ,6 ,7 ,8 occupando la stessa posizione dei precedenti perché ad essi sovrapposti, formano delle coppie di angoli uguali a due a due, alternandosi a destra della retta trasversale e alla sua sinistra;



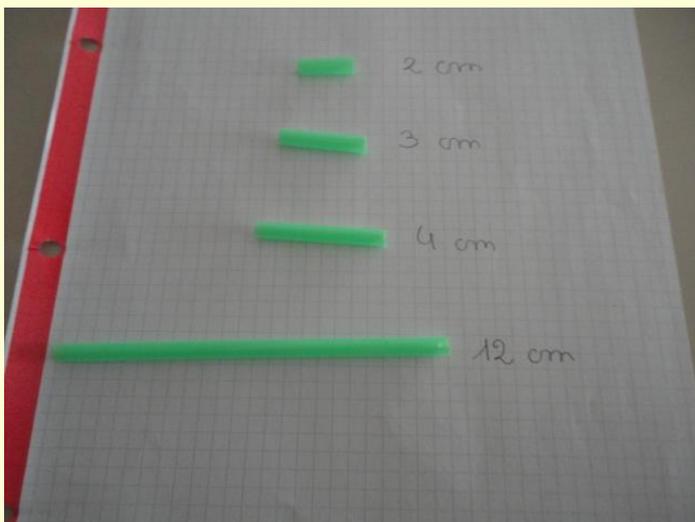
# Rette parallele tagliate da una trasversale

inoltre si ottengono quattro coppie di angoli di somma pari a  $180^\circ$  sopra, tra, sotto le rette parallele, come svolto sul quaderno



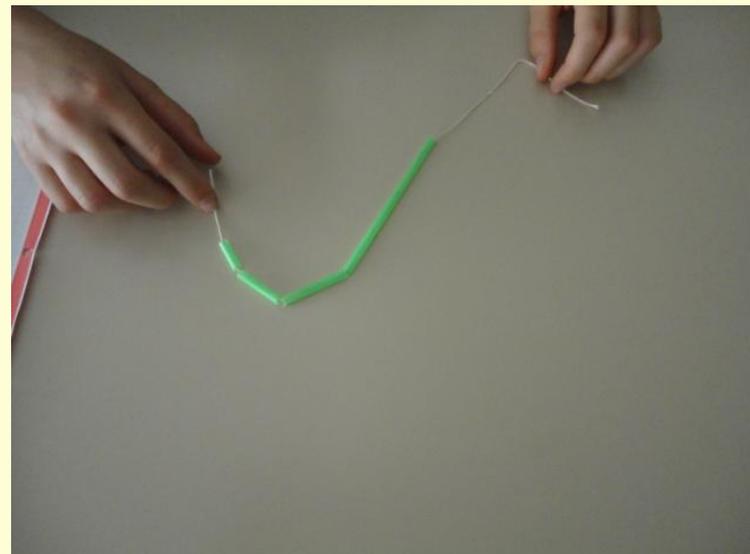
# Angoli e segmenti al lavoro per i...POLIGONI

Da due  
cannucce  
si sono  
ricavati  
quattro  
pezzetti  
con le  
misure  
indicate



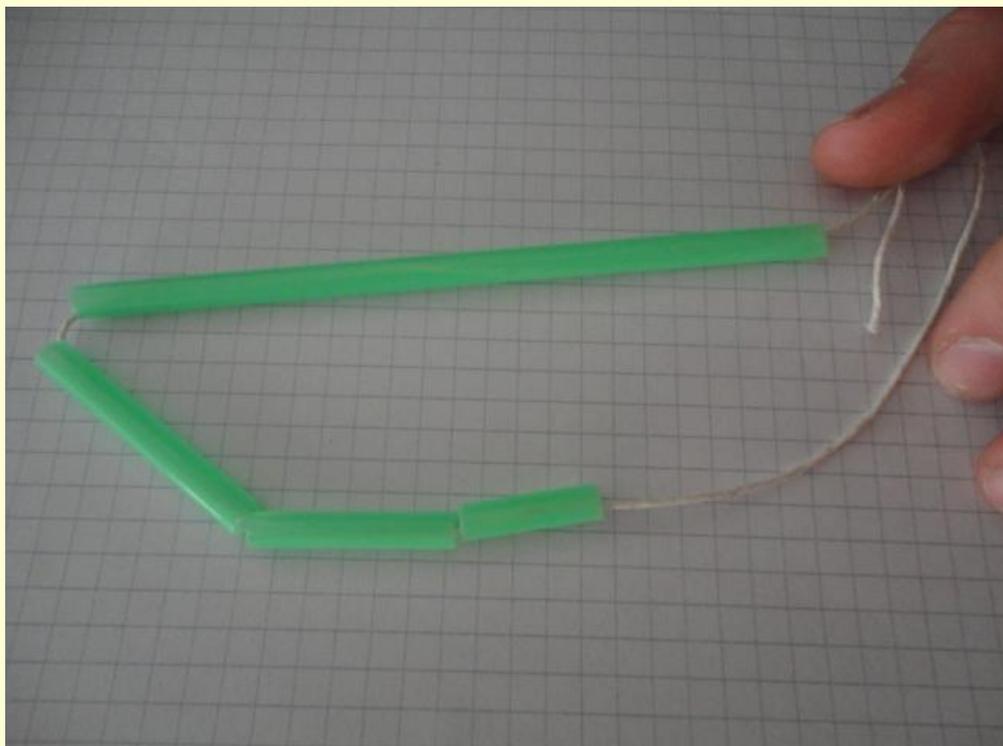
Occorrente:

Cannucce, forbici e cordino



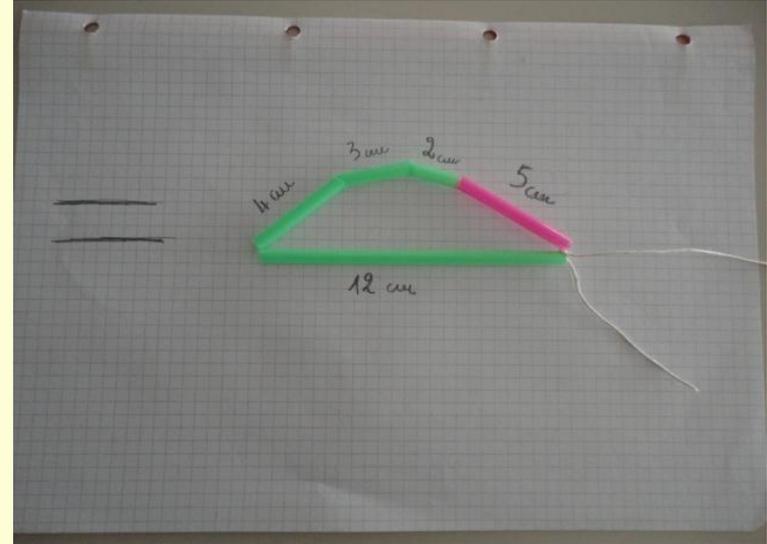
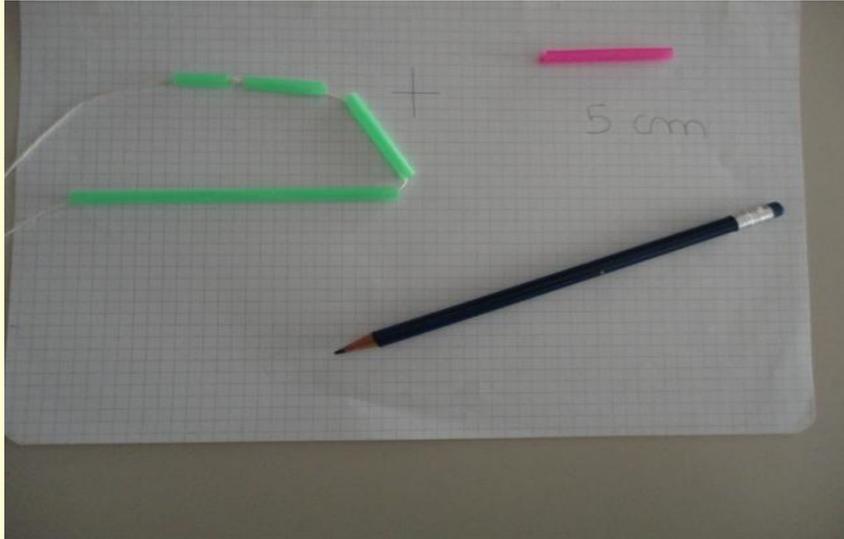
e poi infilati in un cordino

# Relazioni fra le misure dei lati di un poligono ...I parte



con le cannucce da 12cm., 4 cm., 3 cm., e 2 cm., non si riesce a chiudere una figura, perché il lato più lungo (12 cm) è **maggiore** della somma di tutti gli altri e quindi non riesce a chiudere la linea spezzata che si ottiene.

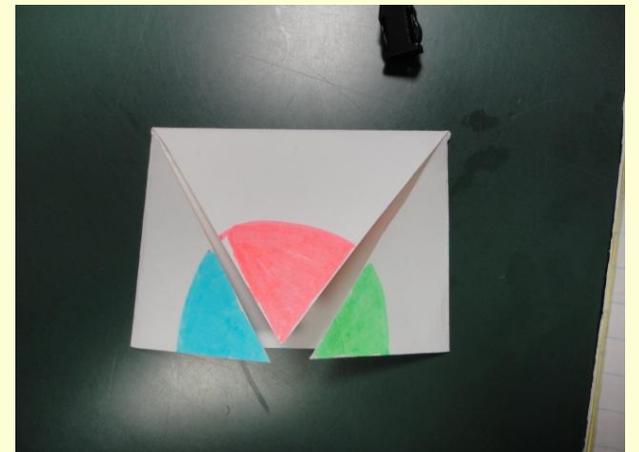
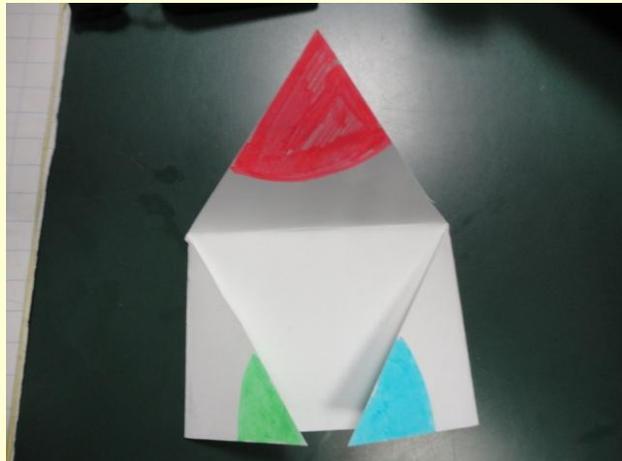
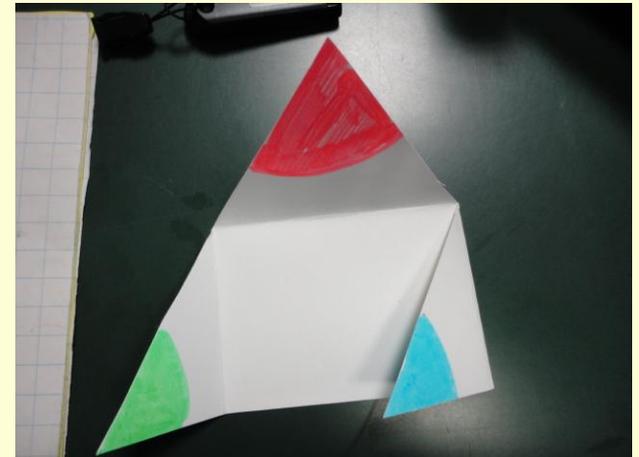
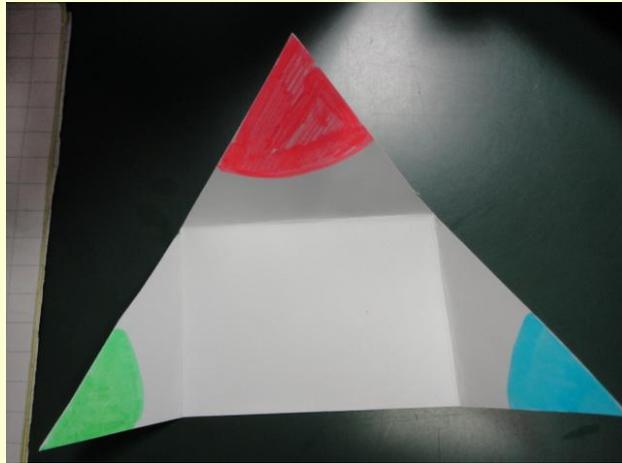
## II parte



...invece aggiungendo un pezzetto di cannuccia rosa da 5cm, siamo riusciti ad ottenere il poligono; in questo modo il lato più lungo è diventato **minore** della somma di tutti gli altri

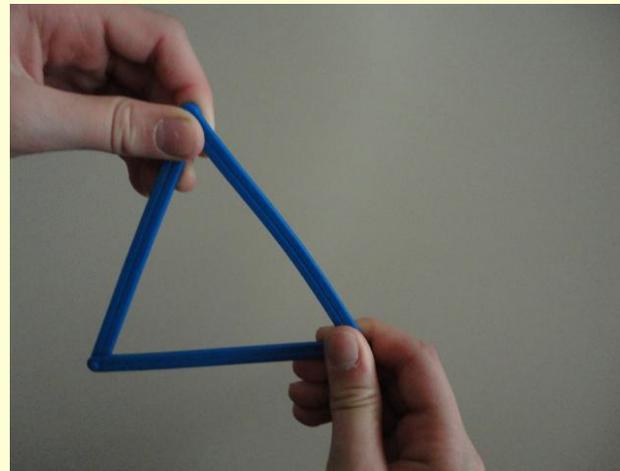
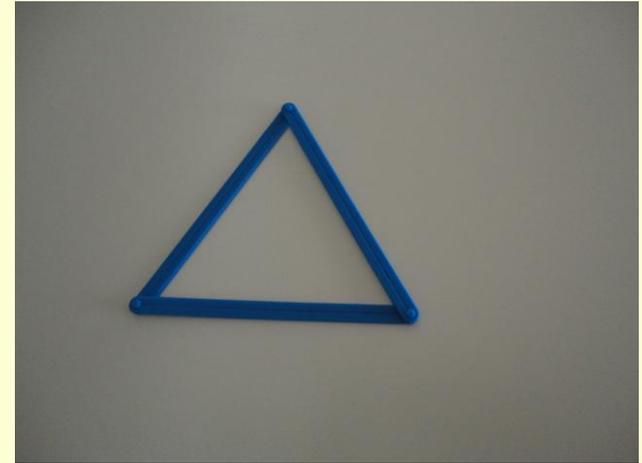
# Angoli interni di un triangolo

la somma  
degli angoli  
interni di  
un triangolo  
è  
di  $180^\circ$

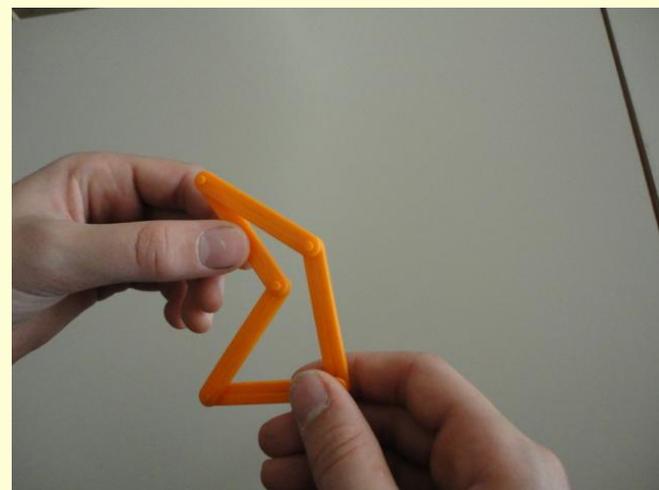
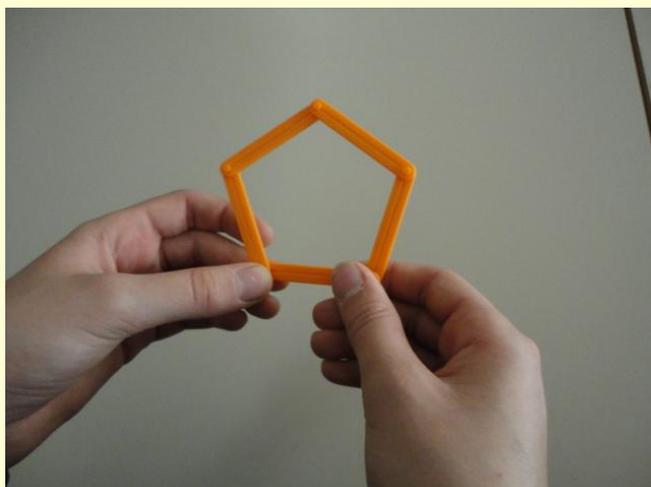
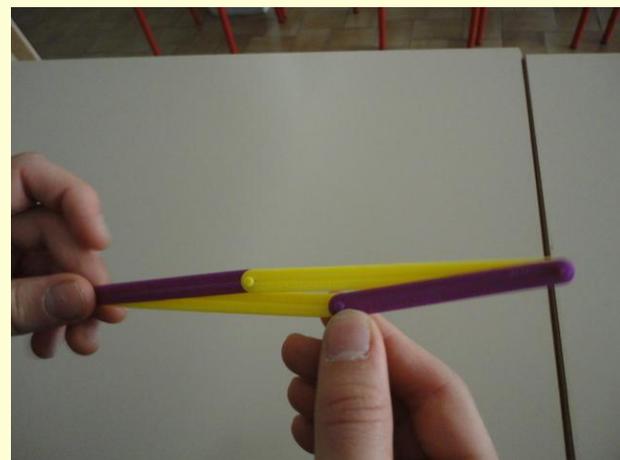
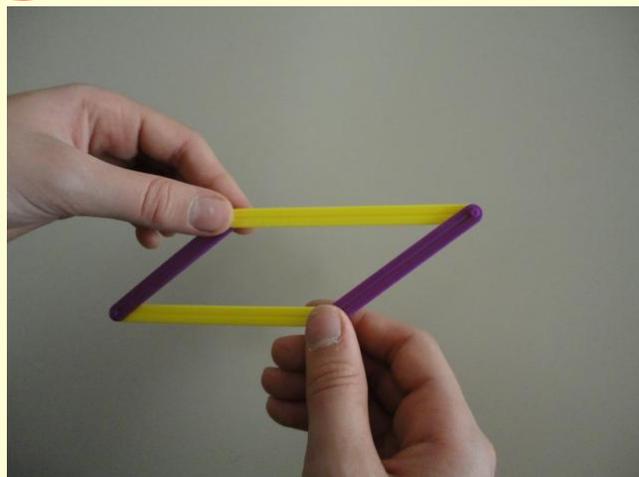
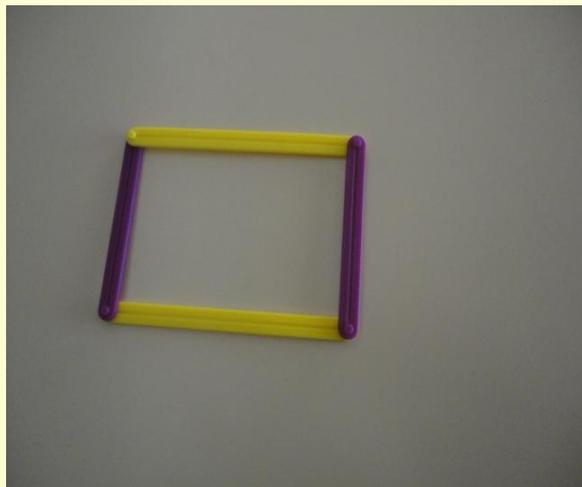


# I poligoni e la deformabilità

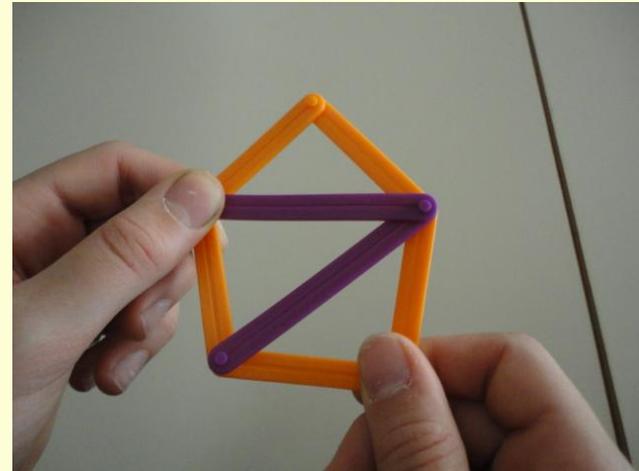
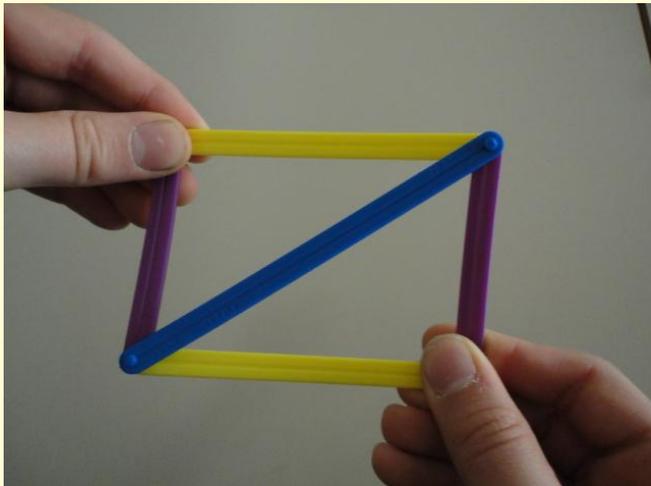
- Costruiamo un triangolo con i listelli di plastica blu, che hanno dei bottoncini agli estremi
- Facendo leva agli estremi la figura non subisce alcuna deformazione



# Poligoni deformabili

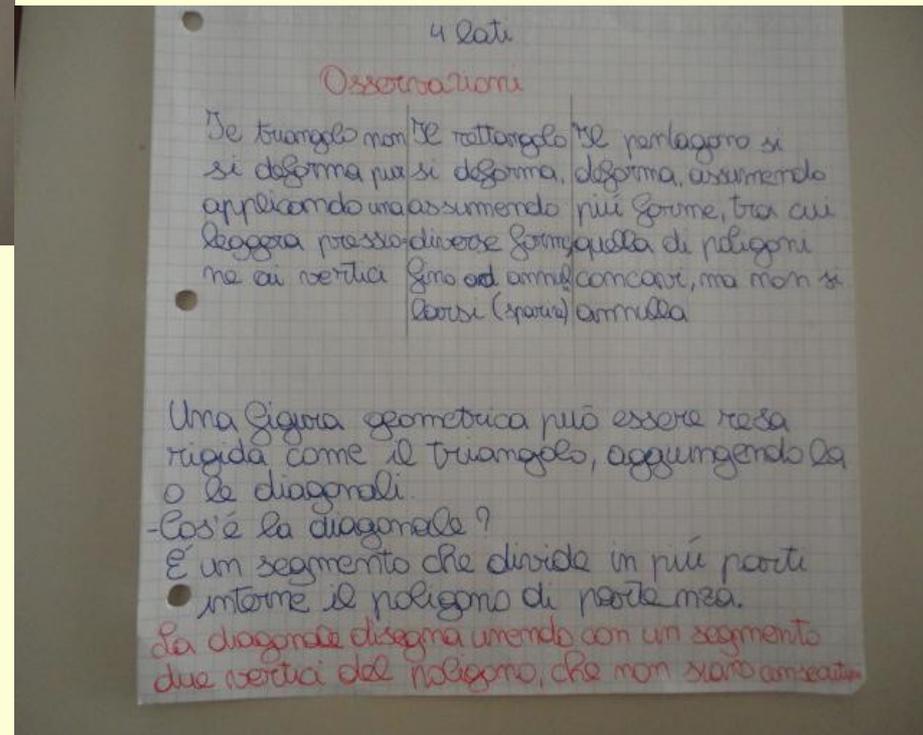
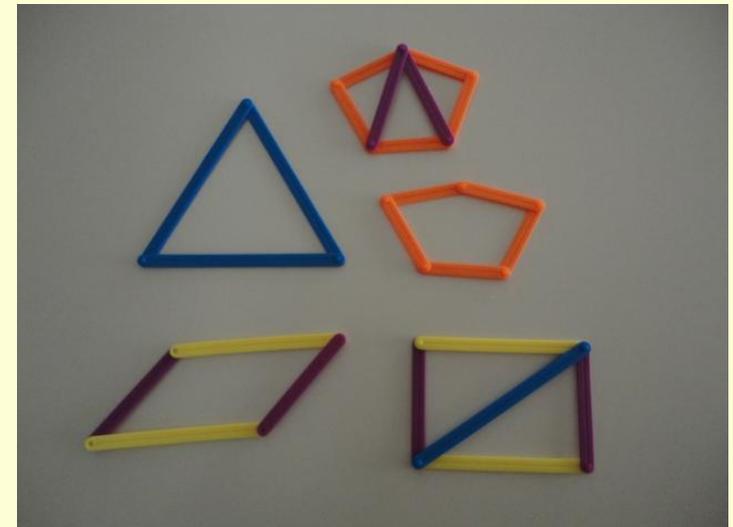
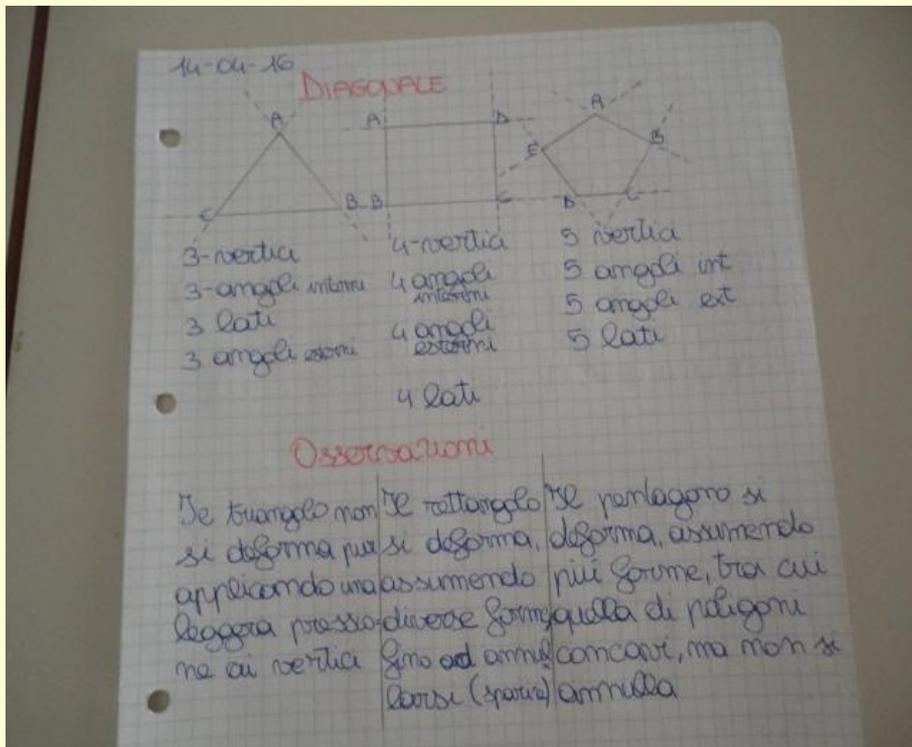


# La diagonale e la indeformabilità



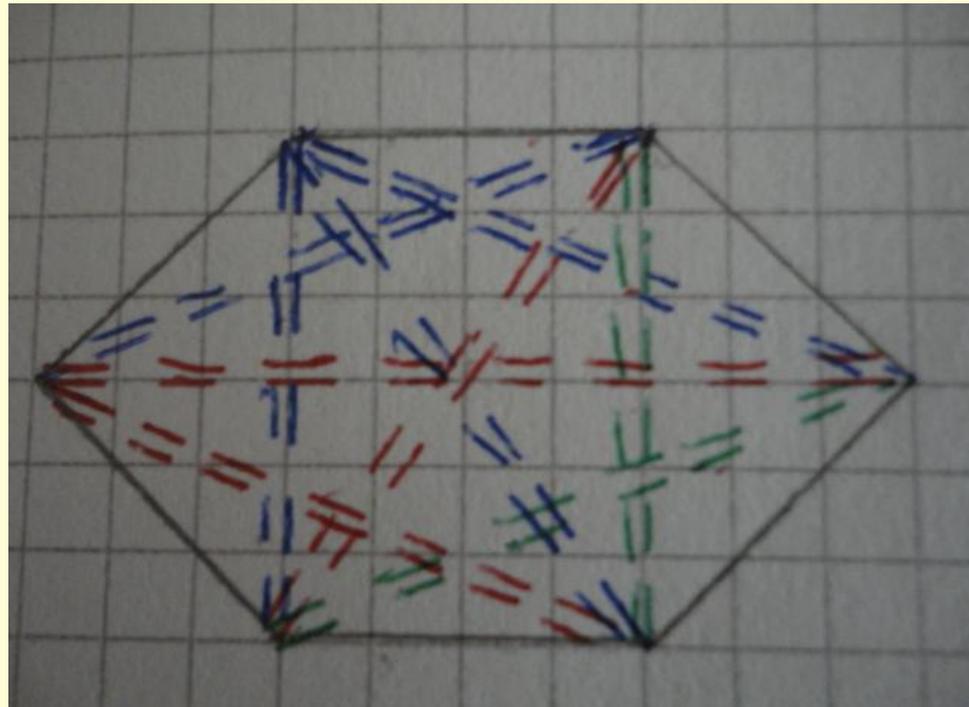
Abbiamo aggiunto un listello fra due vertici non consecutivi ed il rettangolo si è stabilizzato.

Abbiamo dovuto aggiungere due listelli fra due vertici consecutivi del pentagono perché altrimenti la figura era ancora deformabile

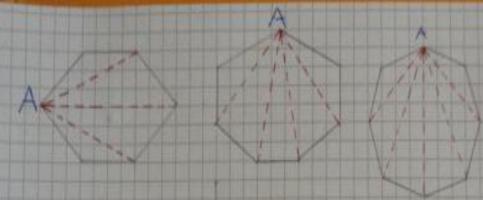


umentando il numero dei lati, aumenta il numero delle diagonali per vertice

# Il numero di diagonali



# Dalle osservazioni alle regole



In un esagono (6 lati) si formano non più di 3 diagonali per vertice.

In un ettagono (7 lati) si formano non più di 4 diagonali per vertice.

In un ottagono (8 lati) si formano non più di 5 diagonali per vertice.

Quante diagonali posso disegnare da A nell'  
• esagono • ettagono • ottagono?

1) • Esagono = 3  
• Ettagono = 4  
• Ottagono = 5

2) Quante sono le diagonali complessivamente?  
2) • 18 • 28 • 40 (in teoria)

3) Si ripete il tratteggio in alcuni casi?

3) Sì, si ripete sempre ed in ogni figura il numero complessivo delle diagonali è sempre la metà di quello in teoria.

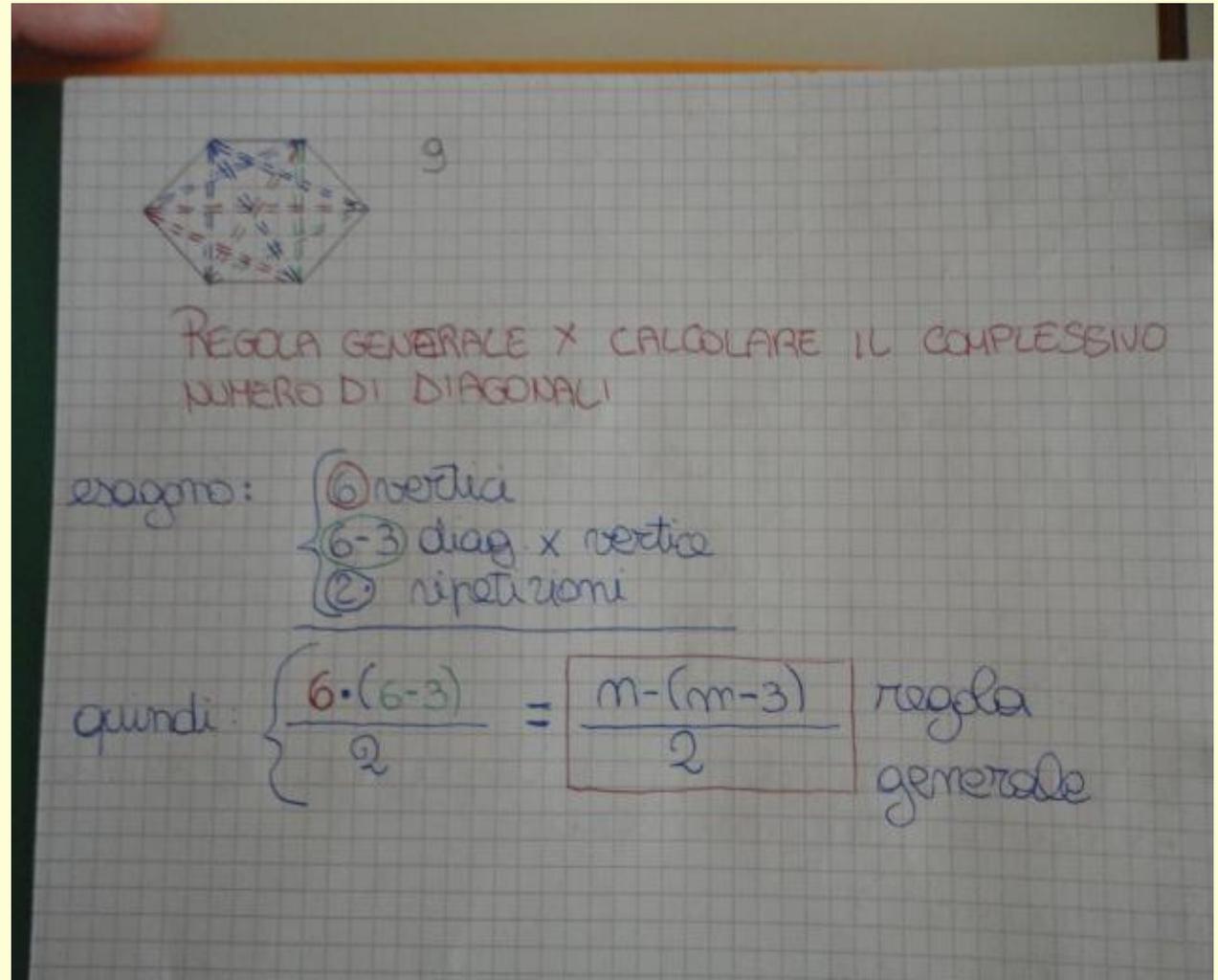
es. In una figura di 20 lati, quante diagonali si possono disegnare per ogni vertice?

$$d = 20 - 3 = 17$$

da cui:  $d = n - 3$

# Regola per conoscere il numero delle diagonali in un poligono

Esempio di  
risposte  
date



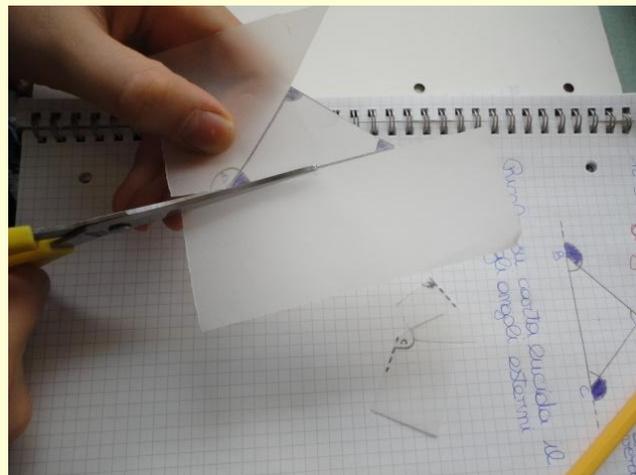
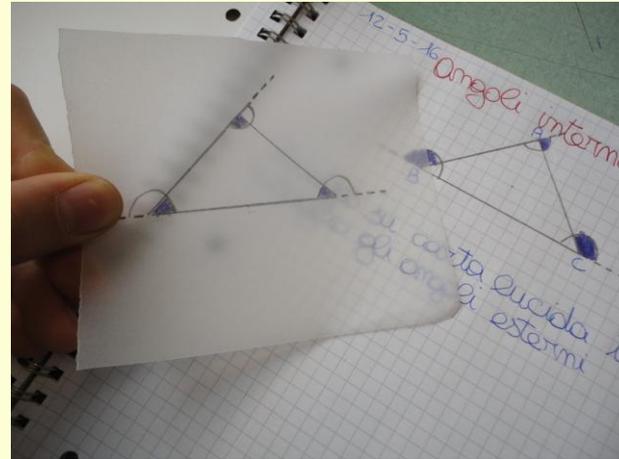
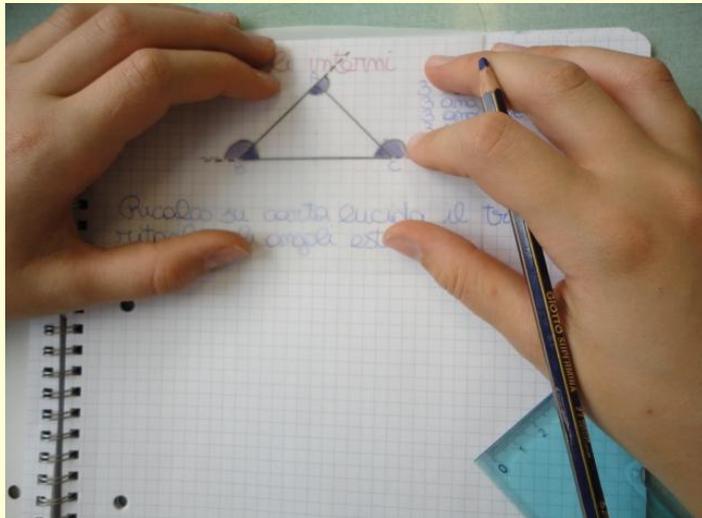
9

REGOLA GENERALE X CALCOLARE IL COMPLESSIVO  
NUMERO DI DIAGONALI

esagono:  $\begin{cases} 6 \text{ vertici} \\ 6-3 \text{ diag. x vertice} \\ 2 \text{ ripetizioni} \end{cases}$

quindi:  $\frac{6 \cdot (6-3)}{2} = \frac{n - (n-3)}{2}$  regola generale

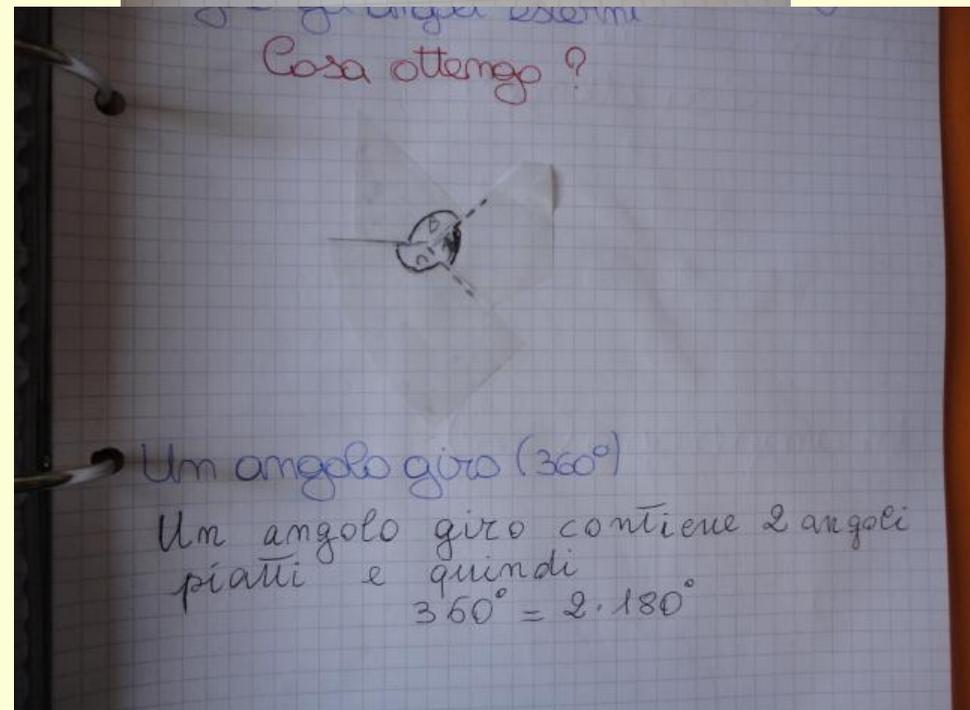
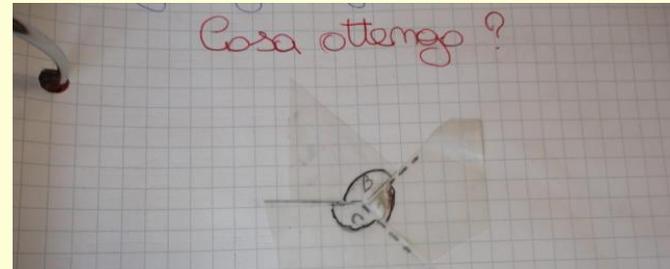
# Angoli interni e esterni di un triangolo



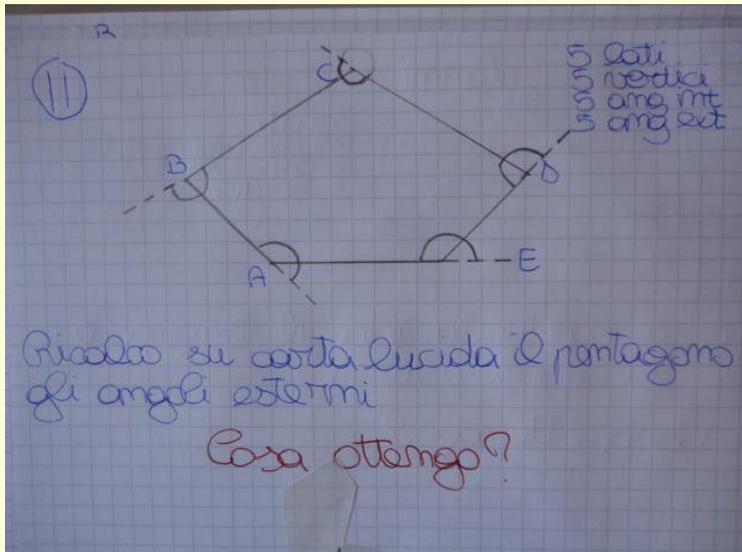
Con il metodo della carta lucida, ho disegnato un triangolo con i suoi angoli esterni ed interni, che ho visto, per ogni vertice sono accoppiati e formano sempre **angoli adiacenti**. Poi ho ritagliato dal modellino di carta lucida solo quelli esterni.....

# angoli esterni II parte

- Angoli esterni uniti per il vertice, formano un angolo giro

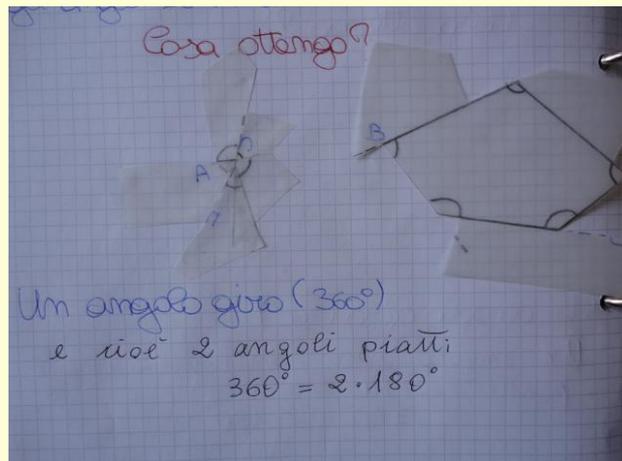


# Angoli esterni del pentagono

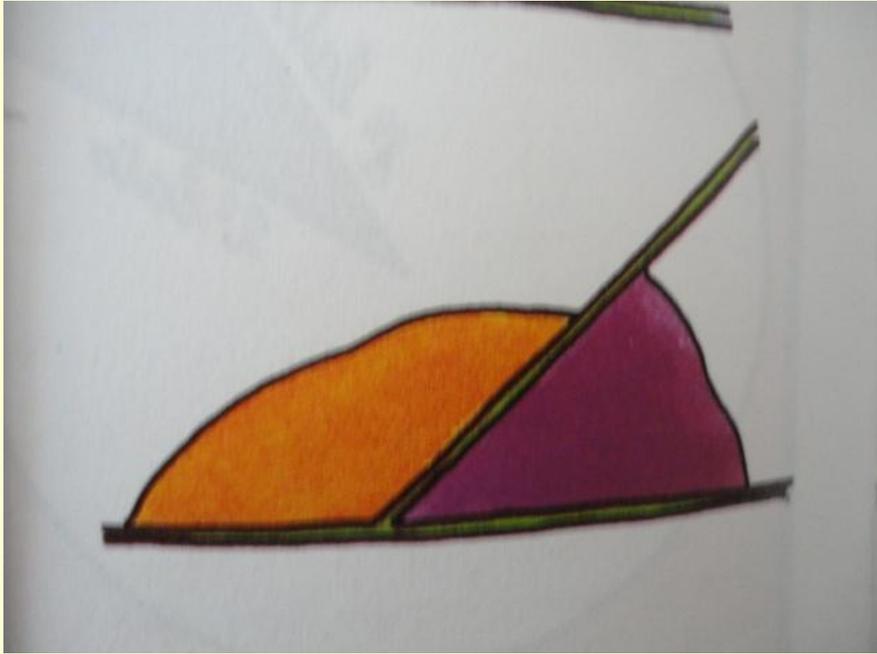


Ho eseguito la stessa procedura, con il metodo della carta lucida questa volta usando il pentagono, ma sono arrivata alla stessa conclusione:

La somma degli angoli esterni di un poligono forma sempre un angolo giro.



# Dalla osservazione alla regola



Ogni poligono ha tante coppie di angoli interni ed esterni quanti sono i vertici, per cui ad es. nel pentagono, ci sono:

5 vertici

5 coppie di angoli di  $180^\circ$

Gli angoli esterni formano sempre

2 angoli di  $180^\circ$

ALLORA

gli angoli interni saranno:

5 coppie(angoli interni + esterni)-

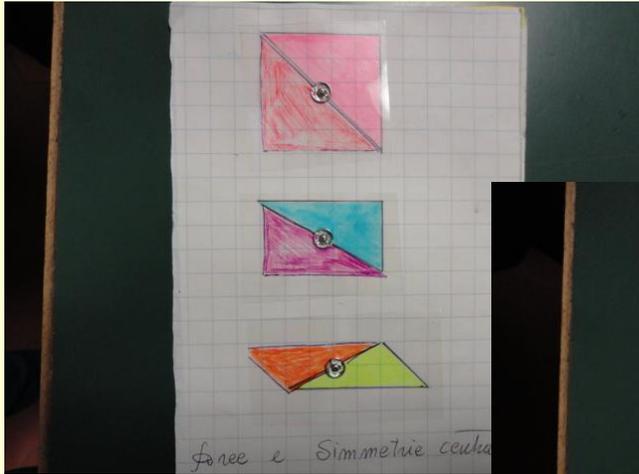
2 angoli di  $180^\circ$ (angoli esterni) =

$$(5-2)*180^\circ=3*180^\circ=540^\circ$$

Regola generale:

$$(n-2)*180^\circ$$

# Modellini di lavoro



Rappresentazione della simmetria centrale dei poligoni con bottoni automatici da sarta, carta trasparente per lavagna luminosa e figure colorate

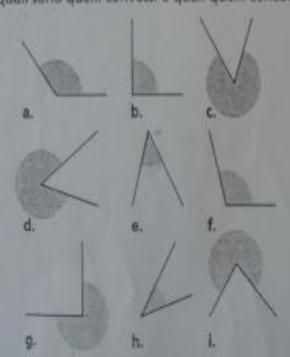
# Esempio di verifiche

Alunno/a ORTIS      Geometria      Scheda 2  
 Classe    Sez.    Data      Prova B

## Gli angoli

1. La seguente affermazione: "un angolo si definisce concavo se il segmento che unisce due suoi qualsiasi punti è sempre interno all'angolo" è vera o falsa? Se falsa correggila.

2. Individua fra gli angoli di seguito rappresentati quali sono quelli convessi e quali quelli concavi.



3. Accanto a ogni affermazione, metti una crocetta su V se la ritieni vera o su F se la ritieni falsa.

- I lati di un angolo sono illimitati.  V  F
- Un angolo è delimitato da segmenti.  V  F
- Il sistema di misura del tempo ha come unità di misura principale il secondo.  V  F
- L'ampiezza di un angolo si misura in gradi.  V  F
- Il vertice di un angolo è un punto.  V  F
- L'angolo è una porzione limitata di piano.  V  F

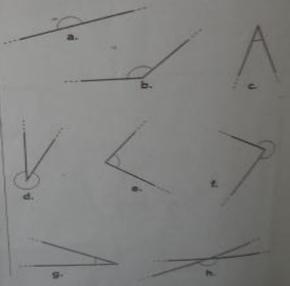
4. Tra gli angoli disegnati indica quali sono:

- acuti C
- ottusi b-h
- piatti A
- retti E
- convessi C
- concavi f-d

Angoli convessi: A-B-E-F-h  
 Angoli concavi: C-D-G-I

5. Tra gli angoli disegnati indica quali sono:

- acuti C
- ottusi b-h
- piatti A
- retti E
- convessi C
- concavi f-d

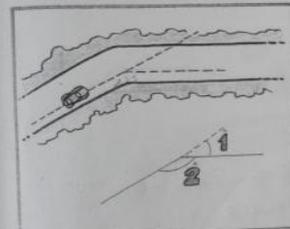


6. Osserva l'illustrazione che segue e stabilisci:

(a) di quale angolo sterza l'automobile per cambiare direzione di marcia (1 o 2)?

(b) quale è l'angolo formato dalla strada?

(c) in quale relazione stanno i due angoli precedenti, se l'angolo formato dalla strada è di  $135^\circ$ , di quale angolo sterza l'automobile?



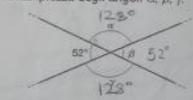
7. ANGOLO PIATTO.  $120^\circ$   $80^\circ$   $80^\circ$

8. ANGOLO OTTUSO.  $60^\circ$   $45^\circ$   $135^\circ$

9. ANGOLO GIRO.  $120^\circ$   $90^\circ$   $150^\circ$

10. TROVA LA MISURA DEGLI ANGOLI. COSA FORNANO NEI TRE CASI?

11. Trova l'ampiezza degli angoli  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .



12. Considera l'angolo  $A\hat{O}B$ . Che cosa devi costruire per ottenere che l'angolo sia diviso in due parti congruenti? la bisettrice. Dividilo a metà.



13. La seguente affermazione: "due angoli si dicono complementari se la somma delle loro ampiezze è uguale a  $90^\circ$ " è vera o falsa? Se falsa correggila.

14. Uno dei due angoli consecutivi è  $25^\circ$ , l'altro è il suo doppio. Disegnali.

15. Uno dei due angoli complementari è  $25^\circ$ , quanto misura l'altro? Disegnali.



# Conclusioni

La classe ha partecipato attivamente a tutte le attività proposte. I lavori sono stati svolti individualmente sul proprio quaderno di lavoro e in coppia per la parte operativo-dimostrativa. Tutti i ragazzi si sono dimostrati interessati e propositivi. Il comportamento è stato corretto e le verifiche hanno evidenziato risultati positivi a vari livelli per tutti gli alunni.





# Elementi multidisciplinari

L'esperienza si è svolta in circa 16 lezioni nel periodo di novembre-febbraio e si è avvalsa della collaborazione di tutti gli insegnanti di scienze matematiche e tecnologia.





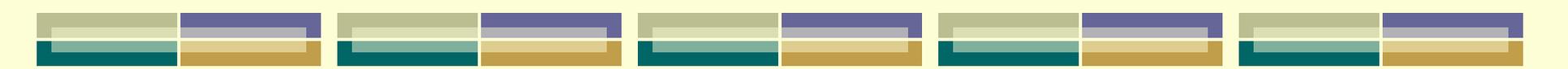
# Bibliografia

Emma Castelnuovo - Didattica della matematica.

Appunti dal corso di formazione di geometria svolto ad ottobre-novembre con la prof.ssa Maria Sciolis.

Vari libri di testo di matematica per le esercitazioni scritte.





Realizzato dagli alunni  
della classe IC della scuola media  
secondaria di primo grado ic4

"D. Alighieri" di Grosseto:

Baldi Anthea, Ballerini Elena,  
Bandinelli Giada, Caziolato Aurora,  
Bellini Tommaso, Budassi Anita,  
Carpentieri Diego, Carpentieri Michele  
Cavallo Kyle, Di Manno Nicola,  
Fossati Edoardo, Fonti Federico,  
Gasparri Patrick, Lazzeretti Alice,  
Moroni Matteo, Onida Federico,  
Ortis Tommaso, Pietrini Elena,  
Paparone Francesca,  
Pietrobono Sara,  
Pontrandolfi Andrea,  
Pifferi Ilaria, Taviani Giovanni,  
Volandri Giacomo



.

